

Treball de Fi de Màster

Màster en Enginyeria Industrial

Incorporació de la incertesa en eines de decisió multicriteri

MEMÒRIA

Autor: Marc Juanpera Gallel
Directors: Bruno Domenech Lega, Laia Ferrer Martí
Convocatòria: Juny 2019



**Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona**



RESUM

Sovint una decisió comporta escollir entre diferents alternatives d'actuació que són millors o pitjors en diferents aspectes. Aquella alternativa que resulta, de forma global, més adequada al conjunt de criteris que es defineixen, resulta l'escollida. En aquest procés de decisió, és habitual consultar l'opinió a experts tant per saber quina importància s'atorga a cada criteri com quin és el compliment de cada criteri per part de cada alternativa. Aquestes opinions estan sempre rodejades d'una incertesa doble: en primer lloc, rarament una opinió s'emet amb una certesa absoluta i, en segon lloc, la quantificació d'aquesta resposta, sovint expressada en termes qualitatius, és també incerta.

En aquest context, el present treball desenvolupa una metodologia genèrica de presa de decisions multicriteri que incorpora la incertesa inherent en aquests processos. Pel desenvolupament de la metodologia, es consideren difuses les opinions dels experts tant en relació a la valoració de la importància d'un criteri com en el compliment d'un criteri per part d'una alternativa.

En primer lloc, es modelitza el grau de seguretat amb el qual un expert valora la importància d'un criteri o el compliment d'un criteri per part d'una alternativa. D'aquesta manera, es modelitza de forma més precisa la resposta, ja que es complementa la valoració pròpiament dita amb la percepció de seguretat amb la qual s'emet. A més, s'ofereix la possibilitat d'interpretar els resultats de forma probabilística. Així, es pot saber amb quina probabilitat una alternativa és millor que una altra. El funcionament de la metodologia s'il·lustra en un cas genèric de dimensions controlades.

Posteriorment, es valida la metodologia en un cas real d'un projecte de disseny d'un sistema d'electrificació en una comunitat rural d'un país en desenvolupament. La consideració de la incertesa en aquest tipus de projectes és particularment important degut a que tant el temps disponible com l'experiència dels experts és limitada. A més, en aquests projectes és convenient valorar no només les opinions d'experts, sinó també les d'altres actors involucrats en el projecte en una metodologia interactiva per tal d'augmentar el compromís vers el projecte de tots els interessats. Aquesta validació permet comprendre les possibilitats d'anàlisi i interpretació que ofereix la metodologia en el context dels processos de presa de decisions.

SUMARI

RESUM	2
SUMARI	3
1. INTRODUCCIÓ	5
1.1. Justificació	5
1.2. Objectius	6
1.3. Abast	7
1.4. Contingut	7
2. PROCÉS DE DECISIÓ MULTICRITERI	9
2.1. Estructura d'un problema multicriteri	9
2.2. Formulació matemàtica de la programació compromís discreta	11
2.3. Incertesa en la programació compromís discreta	14
3. INTRODUCCIÓ A LA Lògica DIFUSA	15
3.1. Representació de la lògica difusa	16
3.2. Expressió matemàtica dels nombres difusos	19
3.2.1. Expressió genèrica dels nombres difusos triangulars i trapezoïdals	19
3.2.2. Expressió genèrica de qualsevol nombre difús: Metodologia α -cut	20
3.3. Incorporació de la lògica difusa als problemes de decisió multicriteri	22
4. METODOLOGIA PER INTRODUIR LA INCERTESA A LA PROGRAMACIÓ COMPROMÍS DISCRETA	25
4.1. Metodologia per modelitzar la incertesa en les respostes dels experts	25
4.2. Aplicació de la programació compromís discreta difusa	27
4.3. Interpretació dels resultats	33
5. IL·LUSTRACIÓ DE LA METODOLOGIA EN UN CAS D'EXEMPLE	36
5.1. Presentació del cas	36
5.2. Càlcul dels pesos dels criteris	39
5.3. Càlcul de les distàncies normalitzades de cada alternativa al valor ideal de cada criteri	40
5.4. Resultats de la programació compromís difusa i Interpretació	42
5.5. Anàlisi de variants en les dades de partida	45
5.5.1. Augment de la incertesa en l'avaluació de l'alternativa A1 segons el criteri C2	46
5.5.2. Augment de la incertesa en la valoració de la importància del criteri C1	47
6. DESCRIPCIÓ DEL PROBLEMA D'ESTUDI	49

6.1.	Context.....	49
6.2.	Descripció tècnica dels sistemes d'electrificació.....	50
6.3.	Metodologia de disseny de sistemes d'electrificació en zones rurals	51
6.4.	Un problema amb incertesa	53
7.	VALIDACIÓ DE LA METODOLOGIA A LA COMUNITAT DE ALTO PERÚ	55
7.1.	Disseny del sistema d'electrificació. Primer nivell de decisió	56
7.1.1.	Presentació de les alternatives.....	56
7.1.2.	Recull de les valoracions dels experts	57
7.1.3.	Presentació i discussió dels resultats.....	58
7.2.	Disseny del sistema d'electrificació. Segon nivell de decisió	59
7.2.1.	Presentació de les alternatives.....	60
7.2.2.	Recull de les valoracions dels experts	62
7.2.3.	Presentació i discussió dels resultats.....	63
8.	IMPACTE SOBRE L'ENTORN	65
8.1.	Impacte socioeconòmic.....	65
8.2.	Impacte mediambiental	65
9.	PRESSUPOST	67
10.	CONCLUSIONS	68
11.	REFERÈNCIES	70

1. Introducció

En aquest capítol s'introdueix la temàtica d'estudi: en primer lloc (1.1), es justifica la necessitat del treball que es presenta. En segon lloc (1.2), es defineixen els objectius. Seguidament (1.3), s'estableix l'abast que té el treball. Finalment (1.4), es presenta l'estructura que té el document amb una breu descripció del contingut de cada capítol.

1.1. Justificació

En els sectors industrial i de serveis contínuament apareixen problemes o oportunitats de millora que comporten la presa d'una decisió. Al seu torn, tota decisió sol significar haver d'escollir entre diferents opcions o alternatives. Cadascuna de les alternatives ofereix una proposta de solució al problema plantejat amb unes característiques particulars que la diferencien de la resta. La presa de decisions consisteix, doncs, en ser capaç de ressaltar les diferències entre les alternatives per tal d'escollir raonadament quina és la més idònia per resoldre la motivació primària.

En un escenari de recursos limitats, un dels principals impactes de les alternatives resideix en el cost que suposen. Tanmateix, examinar les diferents alternatives d'actuació únicament en termes econòmics implica ignorar aspectes socials i mediambientals que poden ser de gran rellevància pel problema que s'afronta. Per cada problema, es poden pensar en nombrosos criteris que cal considerar en la decisió. Són, doncs, problemes multicriteri.

En aquests problemes de decisió multicriteri, destaquen dues tasques principals. La primera està relacionada amb l'assignació de la importància que es vol atorgar a cada criteri, ja que habitualment aquesta és diferent per cada un. La segona, per la seva banda, té a veure amb la valoració del compliment dels criteris per part de les diferents alternatives. L'assoliment d'un consens en aquestes dues tasques no és trivial. Per una persona amb un perfil i una sensibilitat determinada un criteri pot ser molt important, mentre que per una altra pot no ser-ho tant. Anàlogament, una persona pot pensar que una alternativa compleix molt adequadament els requisits marcats per un criteri, mentre que una altra pot estar-hi en desacord. Per realitzar aquestes dues tasques, es solen agregar les opinions d'experts, que són persones amb una llarga experiència en l'àmbit del problema que s'afronta.

Tanmateix, les respostes dels experts inevitablement estan envoltades d'una certa incertesa. Per començar, un expert pot mostrar-se insegur de la importància que ha d'atorgar a un criteri. A més, quan l'expert decideixi que la importància pertinent per un criteri ha de ser alta, per exemple, la quantificació d'aquesta percepció és també subjectiva i, en conseqüència, subjecte a incertesa. En una escala del 0 al 10, per un expert una importància alta pot traduir-se en un 8, mentre que per un altre

pot equivaldre a un 9. La mateixa reflexió és d'aplicació en la valoració del compliment dels criteris per part de les alternatives. Un expert pot dubtar en determinar si una alternativa és o no adequada respecte un criteri i, al seu torn, la quantificació d'aquesta adequació no és inequívoca degut a la vaguetat del llenguatge.

La consideració de la incertesa en els problemes de decisió multicriteri pren especial rellevància quan el temps disponible o l'experiència dels experts consultats és limitada. En aquests casos, cal considerar el grau de seguretat en la resposta dels experts. Així, es minimitza el risc que s'esculli de forma precipitada una alternativa que realment no és la millor. Dins d'aquesta categoria es poden encabir els projectes d'electrificació de zones rurals en països en vies de desenvolupament. En aquests projectes, més enllà del cost, per optimitzar el disseny dels sistemes d'electrificació i assegurar la sostenibilitat del projecte a mig-llarg termini, cal considerar aspectes de caire tècnic i social. Es tracta, doncs, de problemes de decisió multicriteri.

A l'hora de configurar el disseny del sistema d'electrificació, és essencial tenir en compte tant l'opinió d'experts com la dels promotors del projecte i la dels mateixos usuaris finals del sistema. D'aquesta manera, es fa partícip a totes les persones interessades augmentant el seu compromís vers el projecte i, en conseqüència, les seves probabilitats d'èxit. Per això, cal emprar una metodologia interactiva que permeti una configuració gradual del sistema d'electrificació atenent a l'opinió de tots els actors involucrats.

En aquest context, els problemes de decisió sobre dissenys de sistemes d'electrificació es poden beneficiar d'una anàlisi que consideri la incertesa inherent a l'expressió d'opinions. Per aquesta raó, aquests projectes constitueixen el problema d'estudi sobre el qual es validarà la incorporació de la incertesa en els models de presa de decisions.

1.2. Objectius

L'objectiu d'aquest treball es desenvolupar una proposta metodològica per incorporar la incertesa en els processos de presa de decisions multicriteri, concretament, a la variant discreta de la programació compromís. Aquest objectiu general es concreta en els següents objectius, més específics:

- Anàlisi de les tècniques multicriteri existents i, concretament, de les possibilitats d'introduir la incertesa a la programació compromís discreta
- Desenvolupament d'una proposta metodològica de programació compromís discreta que consideri la incertesa en la quantificació de les valoracions de la importància dels criteris i del compliment dels criteris per part de les alternatives, tenint en compte el grau de

seguretat en cada resposta. Aquesta proposta metodològica es complementa amb una proposta d'interpretació probabilística de la classificació d'alternatives.

- Il·lustració de la metodologia proposada en un cas d'exemple de dimensions controlades i validació en un cas real d'un projecte de disseny d'un sistema d'electrificació en una comunitat rural, que confirma l'adequat funcionament de la metodologia proposada.

1.3. Abast

La proposta metodològica per incorporar la incertesa en els processos de presa de decisions està pensada per una aplicació generalitzada en tots aquells problemes que segueixin l'estructura d'un problema multicriteri que es pugui resoldre mitjançant la tècnica de la programació compromís discreta. Així, allò imprescindible és que es pretenguin avaluar unes alternatives de solució a partir d'uns criteris prèviament definits. Es creu, doncs, que la metodologia dissenyada pot tenir una aplicació àmplia en diferents àmbits dels sectors industrial i de serveis.

Per confirmar-ho, en primer lloc s'il·lustra el seu funcionament en la resolució d'un cas de dimensions controlades i definit de forma genèrica, és a dir, sense concretar ni les alternatives ni els criteris (capítol 5). D'aquesta manera, es presenta només l'estructura que cal que tingui el problema, sense particularitzacions de cap mena. Seguidament, es valida la metodologia en un cas de disseny d'un sistema d'electrificació per una comunitat rural situada a la zona dels Andes peruans (capítol 7). En aquest cas, les alternatives i els criteris es defineixen d'acord als requisits d'un problema d'accés a l'electricitat en comunitats rurals. Es mostra així, una aplicació concreta dins del sector de l'energia que permet comprovar les possibilitats d'anàlisi i interpretació de la metodologia presentada.

1.4. Contingut

A continuació, es descriu breument el contingut de cada capítol:

En el capítol 2, s'analitza formalment l'estructura d'un problema multicriteri i s'identifica la variant discreta de la programació compromís com la tècnica multicriteri més adequada per la resolució de problemes relacionats amb l'energia. Seguidament, es formula matemàtica la programació compromís discreta tot prenent consciència de les possibilitats que ofereix a l'hora d'incorporar-hi la incertesa.

En el capítol 3, es presenta la lògica difusa com a eina per modelitzar la incertesa en els models de presa de decisions multicriteri i, en particular, en la programació compromís discreta. Concretament, es

presenten i s'expressen matemàticament les principals representacions de la vaguetat del llenguatge. Finalment, es revisa com s'ha aplicat la lògica difusa en les tècniques multicriteri fins al moment. D'aquesta manera, es pren consciència de l'estat de l'art com a punt de partida pel desenvolupament de la proposta metodològica.

En el capítol 4, es desenvolupa la metodologia per modelitzar la incertesa en la programació compromís discreta. Aquesta modelització permet representar de forma més precisa la inseguretat i la vaguetat del llenguatge inherents a l'emissió de tota opinió subjectiva.

En el capítol 5, s'il·lustra el funcionament de la metodologia en un cas genèric de dimensions controlades. El capítol s'acompanya en tot moment de càlculs per il·lustrar el funcionament de la metodologia i així complementar i fer plenament comprensible la descripció de la proposta metodològica realitzada en el capítol anterior.

En el capítol 6, s'especifica el problema d'estudi sobre el qual es validarà la metodologia. Concretament, es presenta el problema d'electrificació de comunitats rurals com un problema multicriteri que contempla diferents fonts d'incertesa en el procés de definició de les alternatives d'electrificació més adequades per les comunitats d'estudi.

En el capítol 7, es valida la metodologia en un cas concret d'un projecte de disseny d'un sistema d'electrificació rural en una comunitat de Perú. Aquesta validació permet valorar les opinions dels experts de forma incertesa i interpretar els resultats també de forma probabilística.

En els capítols 8 i 9, es presenten els impactes a nivell econòmic, social i ambiental de l'estudi (capítol 8) i el pressupost associat al treball que es presenta (capítol 9).

En els capítols 10 i 11, es presenten les conclusions del treball i les futures línies d'investigació que ofereix (capítol 10), així com les referències consultades per la seva realització (capítol 11).

2. Procés de decisió multicriteri

En aquest capítol es presenta la tècnica multicriteri que facilita la presa de decisions. L'estructura del capítol és la següent. En primer lloc (2.1), es presenta l'estructura d'un problema multicriteri i es justifica l'elecció de la programació compromís com a tècnica multicriteri emprada en el present treball. En segon lloc (2.2), es formula matemàticament la programació compromís discreta, com a cas particular de la programació compromís. Per últim (2.3), es concreta la necessitat d'incorporar-hi la incertesa i es defineixen els objectius

2.1. Estructura d'un problema multicriteri

Tot procés de presa de decisions multicriteri consta de cinc etapes [Wang et al., 2009]. Inicialment, es defineixen les diferents alternatives de solució del problema (Etapa 1). Tot seguit, es defineixen els criteris que valoren la capacitat de cada alternativa per solucionar adequadament el problema (Etapa 2). A continuació, s'assigna una importància a cada criteri relativa als altres en el procés de ponderació dels criteris (Etapa 3). Seguidament, s'avalua el compliment dels criteris per part de les alternatives (Etapa 4). Per acabar, s'obté una classificació conjunta de les alternatives que permet seleccionar quina és la més adequada (Etapa 5). En els següents paràgrafs s'expliquen aquestes etapes, posant especial èmfasis en les etapes 3 i 4, que són les més complexes i les que tenen més incidència en el treball que es presenta.

En l'etapa 1, es defineixen les diferents alternatives de solució del problema. Cada alternativa és una proposta de solució que té unes característiques pròpies i aporta un benefici particular en un aspecte concret. La decisió consisteix en examinar les diferències entre alternatives per tal de seleccionar raonadament quina és la més adequada.

En l'etapa 2, es defineixen els criteris que són d'interès pel problema. Aquests criteris han de permetre diferenciar les alternatives. Per tant, han de cobrir un ampli ventall d'aspectes. Per problemes d'energia, aquests criteris s'acostumen a classificar en: econòmics, tècnics, socials i ambientals [Wang et al., 2009].

En l'etapa 3, es ponderen els criteris que s'han definit. Ponderar els criteris significa assignar un pes que identifiqui la importància de cada criteri en relació als altres. Existeixen dos grups de mètodes de ponderació de criteris principals: mètodes d'assignació directa i mètodes d'assignació per parells [Wang et al., 2009]. Els mètodes d'assignació directa cerquen la valoració dels criteris de forma independent, assignant a cada un d'ells un pes del 0 al 10, per exemple. Tenen una forta càrrega subjectiva però són fàcils d'utilitzar i d'interpretar. En canvi, els mètodes d'assignació per parells

intenten evitar incongruències per mitjà de l'avaluació comparativa de la importància d'un criteri respecte un altre. Així, no es quantifica la importància d'un criteri de forma aïllada, sinó que s'estableix una relació d'importància respecte als altres: un criteri pot ser 2 o 3 cops més important que un altre, per exemple. Al llarg d'aquest estudi, es treballarà amb mètodes d'assignació directe perquè resulten més intuïtius i fàcils d'interpretar pels experts [Domenech et al., 2015].

Tanmateix, l'acord en la ponderació dels criteris pot no ser senzill. Per una persona un criteri pot tenir més importància que un altre, mentre que per una altra persona les prioritats poden ser diferents, o fins i tot oposades. Per escollir els pesos dels criteris, s'opta per preguntar a experts, que són persones amb una opinió respectada pels coneixements de què disposen i/o pels anys d'experiència que acumulen en projectes similars. Degut a que els experts tenen perfils diferents i al component subjectiu de la resposta, és igualment possible que les seves prioritats siguin diferents. Per tant, l'assignació d'un pes a un criteri és el resultat de l'agregació de les ponderacions realitzades per diferents experts. Aquesta agregació consisteix en calcular la mitjana de les respostes dels experts.

En l'etapa 4, s'avalua el compliment dels criteris per part de les alternatives. Per avaluar aquest compliment, és necessari definir uns indicadors. La funció d'un indicador és precisament aquesta: avaluar el compliment per part de les alternatives d'un criteri definit normalment de forma genèrica. Aquesta avaluació, però, pot no ser evident segons el detall amb què s'hagin definit els indicadors. En ocasions s'ha optat per un grau alt de detall en la definició dels indicadors per tal d'obtenir una avaluació automàtica [Domenech et al., 2015]. No obstant, una definició genèrica dels indicadors permet un anàlisi més ampli que inclogui diferents aspectes i diferents punts de vista dels experts. A més, en alguns tipus de problemes hi ha conceptes abstractes que semblen abocats a una avaluació subjectiva si no es vol reduir en excés el concepte per tal d'obtenir una avaluació automàtica.

En l'etapa 5, s'agreguen els resultats per tal d'obtenir una classificació conjunta de les alternatives que permeti discernir quina és la més adequada pel problema que es considera.

L'enfocament de les etapes 4 i 5 és diferent segons la tècnica multicriteri que s'utilitzi. Segons aquest enfocament, Loken [2007] i Polatidis et al. [2006] proposen dividir els mètodes en tres grups: els mètodes de mesura de valor, els mètodes de outranking i els mètodes de nivell de referència. Els mètodes del primer grup assignen un valor a cada alternativa a través de la definició d'una funció de valor. Per la seva banda, els mètodes del segon grup comparen les alternatives per parelles i determinen en quants criteris una alternativa és millor que una altra, i viceversa. Finalment, els mètodes de l'últim grup comparen les alternatives respecte una solució ideal que contempli tots els criteris, i les classifiquen d'acord a aquesta comparació.

Dels tres grups de mètodes, els mètodes de nivell de referència són fàcils d'utilitzar i entendre i són menys subjectius que els altres [Loken, 2007]. Formen part d'aquest grup la programació compromís i els mètodes TOPSIS i VIKOR. D'aquests, la programació compromís discreta s'ha demostrat de fàcil aplicació i interpretació per la presa de decisions en projectes relacionats amb l'energia. Concretament,

s'ha utilitzat per dissenyar sistemes d'electrificació de zones rurals [Domenech et al., 2015] i per dissenyar digestors de biogàs com alternativa per una producció autònoma de l'energia [Ferrer-Martí et al., 2018]. En l'àmbit de la gestió sostenible de recursos, s'ha utilitzat per escollir la millor alternativa entre diferents sistemes de gestió forestal [Díaz-Balteiro & Romero, 2004]. En conseqüència, es pren la tècnica de la programació compromís discreta per particularitzar la introducció de la incertesa en les eines multicriteri.

2.2. Formulació matemàtica de la programació compromís discreta

La programació compromís parteix del principi que, si s'actua racionalment, la solució més adequada serà aquella que minimitzi la distància a la solució ideal [Yu, 1973; Zeleny, 1973; Romero, 1993]. La solució ideal és aquella que resulta òptima per tots els criteris. Si una alternativa resulta òptima per tots els criteris, aquesta coincideix amb la solució ideal i, per tant, és l'escollida. No obstant, això no sol passar perquè normalment els òptims dels criteris que es defineixen en un problema s'exclouen mútuament. En aquesta situació, a partir de l'axioma de Zeleny [Zeleny, 1973] s'estableix que l'alternativa escollida és aquella més pròxima a la solució ideal. Cal, doncs, definir la distància entre l'avaluació d'una alternativa per cada criteri i el valor òptim per aquell criteri (2.1):

$$d_{ij} = |F_j^* - f_{ij}| \quad (2.1)$$

On f_{ij} és l'avaluació de l'alternativa i segons l'indicador del criteri j i F_j^* és el valor ideal (o òptim) que pren el criteri j . El valor ideal de cada criteri correspon al valor de la millor alternativa per aquell criteri. En cas que el criteri sigui beneficiós, l'alternativa millor és aquella que pren el valor més alt en l'indicador del criteri. Contràriament, en cas que el criteri sigui perjudicial, l'alternativa millor és aquella que pren el valor més baix en l'indicador del criteri.

Al ser un problema multicriteri, és clar que s'han de relacionar les distàncies de totes les avaluacions d'alternatives als valors òptims dels criteris. Cada criteri, no obstant, es pot avaluar en unitats de mesura diferents. A més, el valor absolut de les avaluacions d'un criteri respecte un altre pot estar en ordres de magnituds diversos. Per tot això, la suma de distàncies al valor òptim de cada criteri no té significat físic. Per tal de mantenir la interpretació dels resultats, doncs, cal normalitzar aquesta distància. La normalització consisteix en dividir la distància calculada mitjançant l'equació 2.1 entre el rang de valors possibles que prenen les alternatives per l'indicador de cada criteri. Al seu torn, el rang de valors possibles és la diferència entre el valor ideal d'un criteri i el valor anti-ideal f_j^* , que correspon al valor de la pitjor alternativa per aquell criteri (2.2).

$$d_{ij} = \frac{|F_j^* - f_{ij}|}{|F_j^* - f_j^*|} \quad (2.2)$$

Per una altra banda, i com s'ha explicat a l'apartat anterior, es pot desitjar donar prioritat a uns criteris respecte els altres. Per tant, la formalització de la programació compromís discreta ha de contemplar l'existència de diferents pesos que ponderin la importància dels criteris.

Per tot això, la distància normalitzada d'una alternativa a la solució ideal, que comptabilitza tots els criteris, té la següent expressió (2.3), basada en Zeleny [1973]

$$L_{i,p} = \left[\sum_{j=1}^n W_j^p \cdot \left(\frac{F_j^* - f_{ij}}{F_j^* - f_j^*} \right)^p \right]^{1/p} \quad (2.3)$$

On:

- p és la mètrica utilitzada
- $L_{i,p}$ és la distància de l'alternativa i a la solució ideal prenent la mètrica p
- W_j és el pes assignat al criteri j
- f_{ij} és el valor de l'alternativa i per l'indicador del criteri j
- F_j^* és el valor ideal pel criteri j
- f_j^* és el valor anti-ideal pel criteri j

Segons el valor de p que es prengui, es calcula una distància diferent de l'alternativa i a la solució ideal. Per tant, l'equació (2.3) inclou totes les distàncies possibles de cada alternativa a la solució ideal. Per exemple, per $p=1$, es parla de distància *Manhattan*. La fórmula de la distància genèrica de l'equació (3.3) es concreta per $p=1$ de la següent manera (2.4):

$$L_{i,1} = \left[\sum_{j=1}^n W_j \cdot \left(\frac{F_j^* - f_{ij}}{F_j^* - f_j^*} \right) \right] \quad (2.4)$$

En el cas de $p=2$, es tractaria de la distància euclidiana clàssica. La distància obtinguda per valors de p superiors a 2 no té sentit geomètric però sí matemàtic. A mesura que s'incrementa el valor de p , s'assigna progressivament una importància major a la diferència més gran entre el valor d'una alternativa per l'indicador d'un criteri concret i el seu valor ideal [Romero, 1993]. En el cas extrem, per $p=\infty$, es parla de distància *Tchebycheff*, que es defineix com la major diferència entre el valor d'una alternativa per l'indicador d'un criteri i el seu valor ideal. La distància *Tchebycheff* es defineix

matemàticament de la següent manera (2.5 i 2.6):

$$[MIN]L_{i,\infty} = D \quad (2.5)$$

Subjecte a:

$$D \geq W_j \cdot \left(\frac{F_j^* - f_{ij}}{F_j^* - f_j^*} \right) \quad \forall j \quad (2.6)$$

De forma general, la mètrica p condiona la importància que s'assigna a la desviació respecte el valor ideal de cada criteri. En altres paraules, condiona la importància que se li dona a la frustració respecte a cada criteri [Romero, 1993]. Així, a major valor de p , més importància s'assigna a la màxima desviació [Hashimoto & Wu, 2004]. Per $p=1$, s'assigna una importància proporcional al pes de cada criteri. Es busca, doncs, tenir en compte tots els criteris, malgrat que la solució pot estar desequilibrada (pot estar molt pròxima a l'ideal en alguns criteris i molt allunyada en altres). En canvi, per $p=\infty$ és té únicament en compte la màxima desviació. D'aquesta manera, es pren l'alternativa que minimitza l'allunyament respecte l'ideal en aquell criteri on l'alternativa s'avalua pitjor.

Per cada mètrica s'obté un valor diferent de distància de cada alternativa a la solució ideal. No obstant, només per les mètriques $p=1$ i $p=\infty$ la modelització de la distància és lineal. A més, les distàncies corresponents a aquestes dues mètriques marquen normalment la fita inferior i superior, respectivament, de les distàncies corresponents a totes les mètriques intermèdies [Romero, 1993]. Per aquestes raons, en les aplicacions pràctiques de la programació compromís discreta s'acostumen a calcular les distàncies de cada alternativa a la solució ideal seguint aquestes dues mètriques.

Un cop s'han obtingut els valors de $L_{i,1}$ i $L_{i,\infty}$ per cada alternativa, només resta ordenar les alternatives. Per obtenir una única classificació, una opció que assegura una gran flexibilitat per adaptar-se a les característiques de cada problema és una combinació lineal entre $L_{i,1}$ i $L_{i,\infty}$ [Diaz-Balteiro & Romero, 2004] (2.7):

$$L_i = \alpha L_{i,1} + (1 - \alpha) L_{i,\infty} \quad (2.7)$$

On α és el factor de ponderació de la importància de les dues mètriques en la classificació global i s'acostuma a prendre igual a 0.5 [San Cristobal, 2011; Domenech et al., 2015]. Finalment, les alternatives són ordenades per ordre creixent de L_i . Aquella alternativa amb un valor de L_i menor és l'escollida.

2.3. Incertesa en la programació compromís discreta

Com s'ha vist al llarg del capítol, la programació compromís discreta ordena de forma creixent un conjunt d'alternatives en funció de la seva distància a la solució ideal. El càlcul d'aquesta distància inclou dues tasques principals prèvies: la ponderació d'uns criteris i l'avaluació dels indicadors associats als criteris per part de les alternatives. A l'apartat 2.1 s'han descrit els avantatges que comporta que tant les ponderacions dels criteris com les avaluacions de les alternatives siguin realitzades per experts manifestant la seva opinió.

Per tant, aquestes dues tasques es basen en l'emissió d'opinions per part d'experts que estan subjectes a incertesa. Un expert pot mostrar-se insegur a l'hora d'otorgar una importància alta, mitja o baixa a un criteri. Anàlogament, un expert pot dubtar si una alternativa s'adequa correctament a un criteri o si, pel contrari, la valoració de l'indicador corresponent ha de reflectir una certa inadequació.

A més, quan un expert decideix que la importància d'un criteri ha de ser baixa, per exemple, aquesta opinió s'ha de quantificar per tal d'utilitzar la tècnica descrita. Aquesta quantificació no és trivial i està rodejada també d'incertesa. En una escala de 0 a 10, un expert podria considerar que la millor equivalència a una importància baixa és un 2, mentre que un altre expert podria considerar que és un 3. Pel que fa a l'avaluació de les alternatives, anàlogament, si un expert considera que una alternativa compleix adequadament un criteri, podria quantificar aquesta resposta amb un 6 sobre 10, o podria ser més o menys generós. No hi ha, doncs, cap terme del nostre vocabulari que vulgui dir exactament el mateix per tothom i, per tant, que es pugui traduir inequívocament a un valor numèric concret.

El present treball té com a objectiu modelitzar de forma incerta les valoracions dels experts, tant respecte a la importància dels criteris com respecte al compliment d'aquests per part de les alternatives. En aquesta modelització, es tenen en compte dos factors: en primer lloc, la valoració pròpiament dita, és a dir, la quantificació de la importància que li dona un expert a un criteri o la quantificació del compliment d'un criteri per part d'una alternativa. En segon lloc, la seguretat amb què s'emet la resposta. Dos experts poden voler assignar la mateixa importància a un criteri, però poden tenir sensacions de seguretat molt diferents. Anàlogament, un expert pot creure que una alternativa compleix adequadament un criteri sense estar-ne segur mentre que un altre pot estar convençut que el compliment és adequat. Aquesta percepció de seguretat complementa de forma determinant la resposta emesa i, per tant, s'ha de tenir en compte a la modelització.

Per incorporar aquesta incertesa a la programació compromís discreta cal, doncs, trobar una eina que permeti determinar numèricament una opinió d'un expert reflexionada a partir de paraules i que està subjecte a una ineludible inseguretat.

3. Introducció a la lògica difusa

Les persones descriuen la realitat a través de les paraules. Quan hom veu una persona que mesura 1,95 metres, qualifica aquesta persona com a alta. Tanmateix, si aquesta persona mesurés 1,90 metres, probablement la seguiria descrivint com a alta. Imaginem ara que al tornar a casa li diu a un familiar que acaba de veure una persona alta. Aquest familiar pot tenir una concepció diferent de l'alçada, i es pot imaginar que la persona alta mesura 1,80 metres.

De l'exemple anterior es pot deduir que la determinació numèrica de les paraules està rodejada d'una incertesa doble. La primera és inherent al subjecte, ja que podem assignar la denominació "alta" a una persona l'alçada de la qual està compresa dins un rang de valors. La segona neix de l'interlocutor que, en tant que també és subjecte, també ha definit un rang de valors d'alçada que determinen que una persona sigui alta, i aquest rang pot ser diferent.

Per la lògica difusa, el concepte *alçada* és una variable lingüística, ja que els valors que pot prendre són paraules que poden anar acompanyades d'intensificadors (alta, baixa, molt alta, molt baixa, bastant alta, etc.) [Zadeh, 1975]. Al seu torn, aquests valors que pot prendre la variable lingüística s'anomenen variables difuses, ja que cadascuna d'elles és incerta i cobreix un cert rang de valors numèrics. Per exemple, una persona pot ser *molt baixa* si mesura entre 1,30 i 1,40 metres. Una persona pot ser *bastant baixa* si mesura entre 1,40 i 1,50 metres, i així successivament. En altres paraules, les variables difuses no tenen associada una quantificació inequívoca acceptada unànimement. La Figura 3.1 pretén representar de forma esquemàtica i jerarquitzada les diferents categories esmentades. A tall d'exemple, es defineixen les variables difuses *molt baixa*, *baixa*, *mitjana*, *alta*, *molt alta* i s'assigna a cadascuna d'elles unes quantificacions d'exemple per representar la incertesa en la seva quantificació.

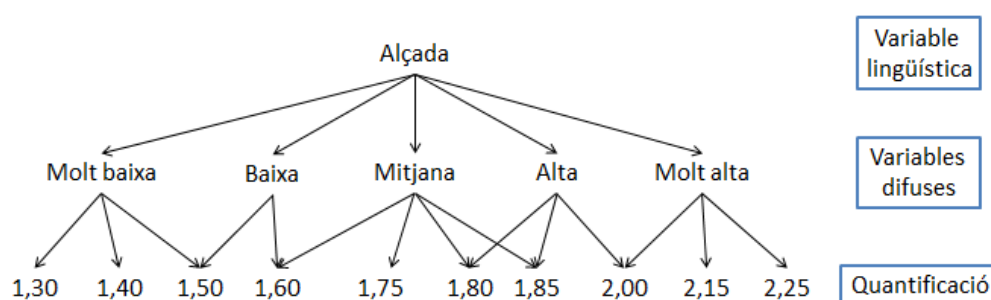


Figura 3.1. Representació de la jerarquia Variable lingüística - Variables difuses - Quantificació, a través d'un exemple

Com s'ha vist en el capítol anterior, és raonable que en la programació compromís discreta siguin experts qui valorin la importància dels criteris i l'adequació de les alternatives als criteris. De manera anàloga al concepte *alçada*, els conceptes *importància* i *adequació* són variables lingüístiques, ja que

de manera natural una persona utilitza paraules per especificar-les. Aquestes paraules, en forma de variables difuses, són les opcions que té l'expert per valorar la importància d'un criteri o avaluar una alternativa segons l'indicador d'un criteri. Així, una persona expressarà que un criteri és *molt important* o una alternativa és *poc adequada* a un criteri. Al seu torn, cada variable difusa (molt important, gens important, molt adequada, poc adequada, etc.) té associada una quantificació indeterminada en una escala, ja que una mateixa persona no sabria quin valor numèric assignar-li i, al fer-ho, difícilment aquest valor coincidiria amb l'escollit per una altra persona. La lògica difusa ofereix una metodologia que quantifica les variables difuses tenint en compte la incertesa inherent a aquesta quantificació.

Per tal de facilitar-ne la comprensió, al llarg del capítol s'exemplifiquen els conceptes que es volen transmetre a partir de la variable lingüística *alçada*. No obstant, tots els raonaments i les conclusions que s'extreguin serveixen per les variables lingüístiques d'interès del problema: *importància* d'un criteri i *adequació* d'una alternativa a un criteri.

En el primer apartat del capítol (3.1), s'exposen les principals formes de representació de la vaguetat del llenguatge a través de la lògica difusa. En el segon apartat (3.2), aquestes formes principals de representació es concreten en expressions matemàtiques. Finalment, en el tercer apartat (3.3), es revisa com s'ha aplicat la lògica difusa en els problemes de presa de decisions.

3.1. Representació de la lògica difusa

A la introducció del capítol s'ha plantejat l'opinió d'un expert com l'expressió d'una variable lingüística (importància d'un criteri, per exemple) a través d'una variable difusa (molt important) que té una quantificació indeterminada. És necessari, doncs, aprofundir en la quantificació de les variables difuses que proposa la lògica difusa.

L'alçada d'una persona adulta es pot assumir compresa entre 1,30 i 2,30 metres. Tots els valors reals compresos entre aquests dos extrems conformen l'univers del discurs de la variable lingüística *alçada*. No obstant, és evident que una persona de 1,50 metres està més a prop de qualificar-se amb la variable difusa *baixa* que no amb la d'*alta*. Per tant, els valors de l'univers del discurs no pertanyen de la mateixa manera a cada variable difusa que es pugui definir. Si es defineixen 5 variables difuses: *molt baixa*, *baixa*, *mitjana*, *alta* i *molt alta*, resulta també evident que una alçada de 1,30 metres pertany amb més intensitat a la variable *molt baixa* que no pas una alçada de 1,50 metres i, amb més raó, una de 2,20 metres. Contràriament, una alçada de 2,20 metres pertany amb més intensitat a la variable *molt alta* que una de 1,90 metres o una de 1,30 metres. Així doncs, per cada variable difusa es pot definir un conjunt difús que informi del grau de pertinença (α) de cada element de l'univers del discurs (x) a la variable difusa. Aquesta afirmació es pretén explicar en els següents paràgrafs.

La Figura 3.2 mostra dos exemples de conjunts difusos per cada variable difusa. En el cas de

l'esquerra (Figura 3.2a), els conjunts estan definits de forma determinista, ja que tots els elements del conjunt tenen el mateix grau de pertinença a ell (igual a 1). Es tracta d'un cas particular de la lògica difusa on no hi ha vaguetat: un element pertany o no pertany al conjunt; i dels elements que hi pertanyen, tots ho fan de la mateixa manera. A més, al no haver-hi vaguetat, un mateix element no pot formar part de dos conjunts diferents. En canvi, en el cas de la dreta (Figura 3.2b) els conjunts estan definits de forma difusa, ja que no tots els elements que pertanyen a un conjunt ho fan amb el mateix grau de pertinença i un mateix element pot pertànyer a dos conjunts diferents.

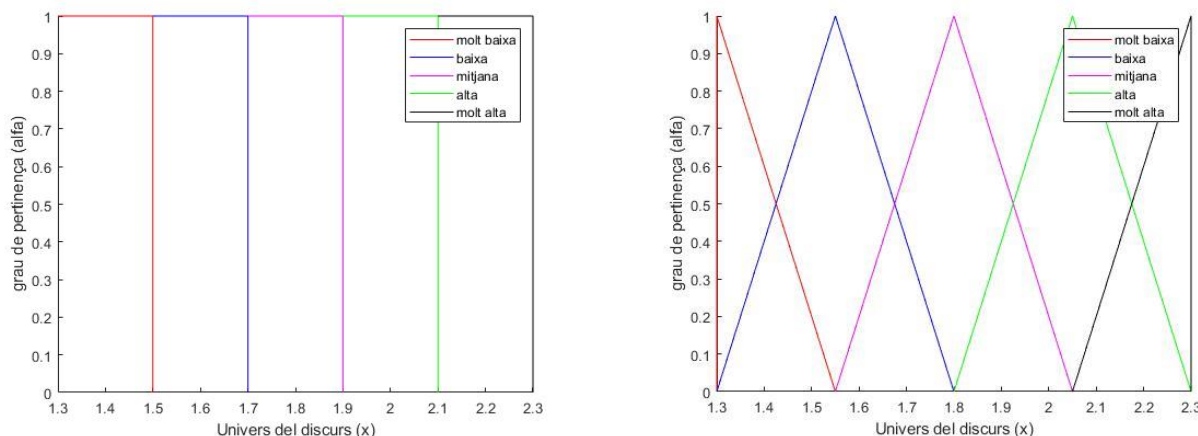


Figura 3.2. Conjunts difusos per descriure l'alçada d'una persona: cas determinista (a) i exemple de cas difús (b)

Si s'afirma categòricament: "una persona que mesura 1,60 metres és una persona baixa", hom podria estar-hi en desacord. Amb aquesta segona definició dels conjunts difusos (Figura 3.2b), una persona que mesura 1,60 metres té un grau de pertinença no nul al conjunt corresponent a la variable *alçada baixa* però també té un grau de pertinença no nul al conjunt corresponent a la variable *alçada mitjana*. Així, aquest valor d'alçada pertany difusament als dos conjunts. Per tant, la imprecisió del discurs humà i el desacord s'expressen més adequadament amb la definició dels conjunts difusos corresponents a la Figura 3.2b.

A més, la representació difusa relaxa la necessitat de definir de forma precisa l'alçada d'una persona, ja que un valor concret d'alçada es pot assolir des de més d'una variable difusa. Això condiciona favorablement la inseguretat que una persona pot tenir a l'hora de considerar que una persona és alta o mitjana, ja que, si aquesta persona mesura 1,90 metres, ambdues variables difuses contenen parcialment aquest valor numèric.

Un conjunt difús, $\tilde{A}$, es defineixen per la seva funció de pertinença, $\mu_{\tilde{A}}(x)$. La funció de pertinença indica el grau de pertinença α al conjunt de cada element de l'univers del discurs. Si es pren la definició dels conjunts de la Figura 3.2b com a exemple, la funció de pertinença del conjunt associada a la variable difusa *alçada mitjana* determina que alçades inferiors a 1,55 metres i superiors a 2,05 metres no pertanyen al conjunt. A partir d'una alçada de 1,55 metres, el grau de pertinença és cada

cop major fins a 1,80 metres, que es podria assumir com l'alçada de referència per una alçada *mitjana*. A partir de 1,80 metres, el grau de pertinença disminueix fins a 2,05 metres.

Gràficament, la representació de la funció de pertinença equival a representar la forma del conjunt. La definició dels conjunts de la Figura 3.2b correspon a una forma triangular, que és àmpliament utilitzada a la literatura. No obstant això, no s'ha assolit cap consens en relació a una forma reconeguda com a més exacte pels conjunts difusos. Per exemple, és tan coherent defensar que totes les alçades entre 1,75 i 1,85 metres han de tenir un grau de pertinença al conjunt *alçada mitjana* igual a 1 (Figura 3.3) com només creure que l'ha de tenir una alçada de referència com 1,80 metres (Figura 3.2b). Si es raona així per totes les variables difuses, la forma dels conjunts no és triangular sinó trapezoïdal, i l'aproximació és igualment bona (Figura 3.3). De fet, i com es detalla a l'apartat 4.3, representar els conjunts difusos amb formes trapezoïdals és una opció també utilitzada a la literatura.

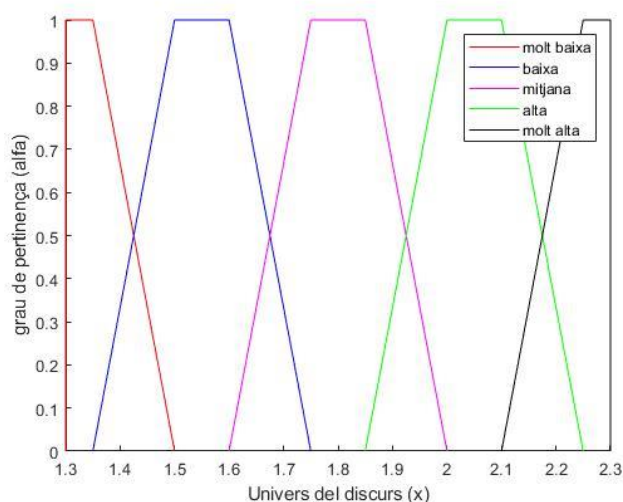


Figura 3.3. Conjunts difusos amb forma trapezoïdal per representar l'alçada d'una persona

En ambdues representacions (Figures 3.2b i 3.3) es pot apreciar que la forma dels conjunts difusos varia segons si corresponen a variables difuses situades als extrems de l'univers del discurs (*molt baixa* i *molt alta*) o a altres situades en valors intermedis (*baixa*, *mitjana* i *alta*). Els conjunts difusos associats a les variables difuses *molt baixa* i *molt alta* estan truncats. Això és degut a dos factors: en primer lloc, l'univers del discurs es defineix finit i, per tant, té un extrem inferior i un extrem superior determinats. En segon lloc, la distribució dels conjunts de les variables difuses al llarg de l'univers del discurs es realitza de tal manera que tots els valors de l'univers del discurs pertanyen als conjunts de forma equilibrada: si en les figures 4.2b o 4.3 s'eliminassin els conjunts de les variables *molt baixa* i *molt alta*, no es truncaria cap conjunt, però les alçades 1,30 i 2,30 metres no pertanyerrien a cap conjunt. En canvi, amb les representacions exposades tots els valors de l'univers del discurs pertanyen a alguna variable difusa de forma suficientment homogènia.

Prenent les formes triangulars i trapezoïdals com a referència, es defineixen tres conceptes inherents

als conjunts difusos. Aquesta terminologia és necessària per comprendre la metodologia que es detalla en el capítol 4.

- Un nombre difús és un cas particular d'un conjunt difús en què l'univers del discurs està format per valors numèrics i la funció de pertinença associada al conjunt és convexa. Els conjunts difusos presentats a la Figura 3.2b i 3.3 compleixen ambdues condicions. Són, doncs, nombres difusos.
- El suport d'un nombre difús és el conjunt de valors que tenen un grau de pertinença superior a 0 al nombre difús. Així, el suport del nombre difús corresponent a la variable alçada *alta* és el conjunt de valors compresos entre 1,80 i 2,30.
- El nucli d'un nombre difús és determinat pel conjunt d'elements de l'univers del discurs que tenen grau de pertinença igual a 1 al conjunt. En el cas dels nombres triangulars, el nucli està format per un sol element, que s'ha denominat valor de referència. En canvi, en el cas dels nombres trapezoïdals, el nucli està format per un interval de valors.

3.2. Expressió matemàtica dels nombres difusos

Al llarg de l'apartat anterior s'ha discutit la idoneïtat de quantificar opinions insegures a través de nombres difusos degut a la incertesa inherent en aquest procés. A més, s'han presentat els nombres difusos triangulars i trapezoïdals com les formes més emprades per aquestes quantificacions. Tanmateix, la presentació dels nombres triangulars i trapezoïdals ha estat conceptual a través d'exemples gràfics. Així, l'objectiu d'aquest apartat és detallar les dues maneres d'expressar matemàticament els nombres difusos per tal de poder realitzar entre ells les operacions aritmètiques bàsiques: suma, resta, multiplicació i divisió. D'aquestes dues expressions, es presenta de forma més extensa la segona, ja que serà l'escollida per treballar amb els nombres difusos al llarg del treball.

3.2.1. Expressió genèrica dels nombres difusos triangulars i trapezoïdals

La primera expressió consisteix en prendre el nombre difús de forma global a partir de certs valors representatius. Aquesta aproximació és només vàlida per formes dels nombres difusos que siguin regulars, és a dir, on es puguin apreciar valors representatius. Per il·lustrar-ho, es prenen les formes triangular i trapezoïdal (Taula 3.1). Les operacions aritmètiques bàsiques associades a aquesta expressió es troben definides a Gani et al. [2012], per nombres triangulars i Banerjee et al. [2012], per nombres trapezoïdals.

La definició de la Taula 3.1 es complementa amb la Figura 3.4, on es representen de forma gràfica un

nombre difús qualsevol triangular (Figura 3.4a) i trapezoïdal (Figura 3.4b). Es remarquen els punts característics per la definició d'ambdós nombres difusos.

Nombre triangular: (a, b, c)	Nombre trapezoïdal: (a, b, c, d)
On:	On:
• a és el l'extrem inferior del suport • b és el nucli • c és l'extrem superior del suport	• a és l'extrem inferior del suport • b és l'extrem inferior del nucli • c és l'extrem superior del nucli • d és l'extrem superior del suport

Taula 3.1. Representació global dels nombres difusos triangulars i trapezoïdals

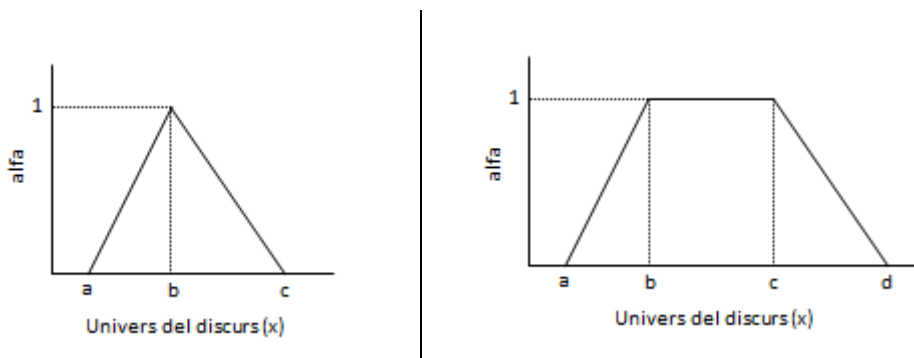


Figura 3.4. Representació global dels nombres difusos triangulars (a) i trapezoïdals (b)

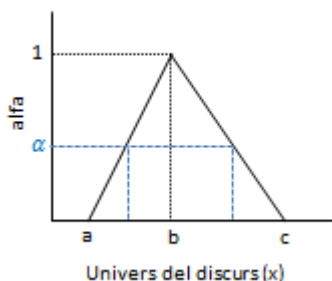
3.2.2. Expressió genèrica de qualsevol nombre difús: Metodologia α -cut

La segona expressió dels nombres difusos utilitza un enfocament diferent. En comptes de prendre globalment el nombre difús, aproxima la seva forma a través de talls successius per valors discrets del grau de pertinença α . En cada tall, es pren el conjunt de valors de l'univers del discurs que pertanyen al nombre difús amb un grau de pertinença superior o igual a α . Aquesta definició conceptual correspon a la metodologia α -cut, que es formula matemàticament de la següent manera:

Donat un conjunt difús $\tilde{A}$ en l'univers del discurs X i qualsevol nombre real $\alpha \in [0, 1]$, l'interval α -cut del conjunt $\tilde{A}$, anomenat ${}^\alpha A$, és el conjunt determinista: ${}^\alpha A = \{x \in X: \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$. Així, ${}^\alpha A$ és un conjunt que inclou tots els valors que pertanyen al nombre difús amb un grau de pertinença superior o igual a α . Com que l'univers del discurs és unidimensional, ${}^\alpha A$ es pot definir com un interval.

Així, si es pren com a referència un nombre triangular genèric $\tilde{TN} = (a, b, c)$, tal com s'ha vist a l'apartat anterior, i s'escull un grau de pertinença α com es mostra a la Figura 4.5, l'interval de valors de

l'univers del discurs que tenen un grau de pertinença al conjunt superior a α queda determinat per l'equació 3.1. Menció particular mereix el tall corresponent al grau de pertinença α igual a 1: si es substitueix aquest valor a l'equació 3.1, el nombre difús triangular queda reduït a un interval format per un sol valor, b . Així doncs, les operacions que es realitzin amb l'interval 1TN seran deterministes.



$$^{\alpha}TN = [a + (b - a) \cdot \alpha, c - (c - b) \cdot \alpha] \quad (3.1)$$

Figura 3.5. Representació gràfica de l'interval α -cut associat a un nombre triangular qualsevol

Tanmateix, la metodologia α -cut ofereix la possibilitat de representar nombres difusos que tenen formes arbitràries, més enllà de les triangular i trapezoïdal, ja que es pren l'interval de valors de l'univers del discurs corresponent a cada grau de pertinença que es vulgui considerar. A la Figura 3.6 es mostra un exemple de representació d'un nombre difús amb una forma arbitrària (Figura 3.6a) a través de la metodologia α -cut. Per l'exemple s'escull el conjunt corresponent a l'alçada *mitjana* definint pendents variables per tal de donar una major importància a alçades més baixes dins el conjunt. Per representar-lo amb la metodologia α -cut es prenen onze valors discrets del grau de pertinença α , obtenint per cadascun d'ells l'interval corresponent (Figura 3.6b). Les operacions aritmètiques entre nombres difusos aproximats pels seus respectius intervals α -cut segueixen les pautes de l'aritmètica d'interval (suma, resta, multiplicació i divisió) globalment acceptada [T. Hickey et al 2001].

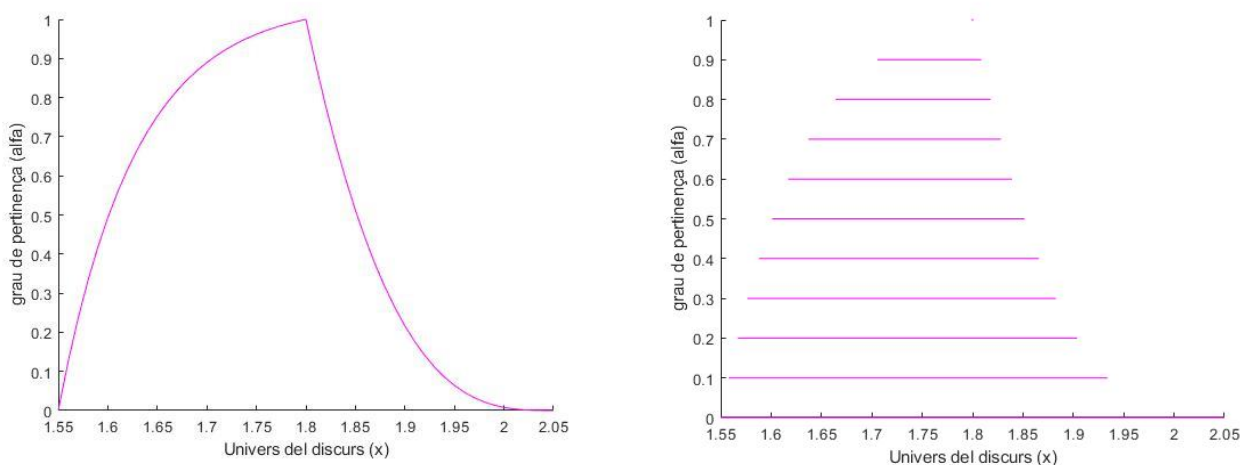


Figura 3.6. Exemple de representació d'un nombre difús amb forma arbitrària (a) amb la metodologia α -cut (b)

3.3. Incorporació de la lògica difusa als problemes de decisió multicriteri

Aquest apartat té com a objectiu revisar la manera d'aplicar la lògica difusa en els processos de decisió multicriteri. Concretament però, la seva aplicació a la programació compromís no està gaire estesa. En canvi, sí que s'ha estandarditzat una metodologia per introduir la lògica difusa en la metodologia VIKOR que, com s'ha vist en el capítol 2, pertany al mateix grup de mètodes multicriteri que la programació compromís. Així, la metodologia VIKOR ordena unes alternatives respecte una sèrie de criteris en conflicte comparant també la proximitat de cadascuna d'elles a la solució ideal [Oprovic et al., 2004]. Al compartir aquesta base comuna, la introducció de la incertesa mitjançant es pot fer de manera similar. Recentment, la introducció de la lògica difusa en la metodologia VIKOR per quantificar de forma difusa les opinions dels experts ha donat lloc a una metodologia estandarditzada anomenada F-VIKOR.

La metodologia F-VIKOR ha estat utilitzada en contextos diferenciats: Büyükožkan & Ruan [2008] emprà F-VIKOR per analitzar la bondat d'alguns softwares a l'hora de realitzar la planificació de recursos d'una empresa. Sanayei et al. [2010] l'utilitza per seleccionar proveïdors en una cadena d'aprovisionament. Kaya & Kahraman [2010] estudien la millor alternativa de generació d'energia renovable per la ciutat d'Istanbul. Ju & Wang [2013] utilitza una variant de F-VIKOR per seleccionar una alternativa entre diferents opcions de resposta davant un foc urbà. Afful-Dadzie et al. [2014] utilitza F-VIKOR per valorar la informació mèdica pública que es dona per internet, aplicant-ho a informació sobre el SIDA a Swazilàndia. Finalment, Rostamzadeh et al. [2015] analitza diferents alternatives de subministrament a través de la definició de criteris ecològics.

Com s'ha vist a l'apartat 3.1, no hi ha una única manera de definir la forma dels conjunts difusos associats a cada resposta dels experts. No obstant, a F-VIKOR predominen dues representacions. La primera representació coincideix en definir totes les variables difuses com nombres triangulars (com a la Figura 3.2b) [Büyükožkan & Ruan, 2008; Kaya y Kahraman, 2010; Afful-Dadzie et al., 2014; Rostamzadeh et al., 2015]. Una segona representació de les variables difuses opta per diferenciar-les en dues modalitats. Per una banda, es defineixen les variables difuses *molt baixa*, *mitjanament baixa*, *mitjanament alta* i *molt alta*, que es representen en forma de nombres trapezoïdals (com a la Figura 3.3), mentre que les variables difuses *baixa*, *mitjana* i *alta* es mantenen com nombres triangulars [Sanayei et al., 2010; Ju & Wang, 2013].

Ambdues representacions són justificables i adequades pels diferents casos d'aplicació. No obstant, on coincideixen ambdues representacions és en el fet de cada variable difusa té associat un nombre difús definit prèviament a la resposta de l'expert. Així, el suport del nombre difús associat a cada variable difusa està definit, i oscil·la entre el 20% i el 40% de l'univers del discurs en el cas de conjunts no truncats i entre el 10% i el 20% en el cas de conjunts de variables que es trunquen. Així, no es considera la diferent percepció de seguretat amb què dos experts poden emetre una opinió sobre la importància d'un criteri o el compliment d'un criteri per part d'una alternativa. Per exemple, si dos

experts consideren que la importància d'un criteri és *alta*, s'associa el mateix nombre difús a les dues respostes, independentment del grau de seguretat de cadascun d'ells. En la proposta metodològica del capítol 4 s'introdueix la percepció de seguretat en la modelització de la incertesa associada a les opinions dels experts.

La definició de valor ideal i anti-ideal d'un criteri també s'aborda de manera diferent al capítol 5 respecte a com es fa als casos d'aplicació de la metodologia F-VIKOR. En aquests casos, el valor ideal per un criteri correspon al nombre difús associat a la millor alternativa per aquell criteri. Anàlogament, el valor anti-ideal correspon al nombre difús associat a la pitjor alternativa per el criteri. Amb aquesta definició, el càlcul de la distància (equació 2.2) de cada alternativa al valor ideal del criteri correspon a una resta de dos nombres difusos. El problema rau en que aquesta resta pot donar lloc a valors negatius [Afful-Dadzie et al., 2014] tal com han estat definides les operacions aritmètiques amb nombres difusos. Concretament, la resta de dos nombres difusos conté valors negatius (Figura 3.5b) si la intersecció dels dos nombres difusos originals és no nul·la (Figura 3.5a). Per l'exemple de la Figura 3.7 s'ha escollit, per simplicitat, una representació triangular dels nombres difusos. Tanmateix, apareixen valors negatius en la resta de dos nombres difusos si aquests intersequen, independentment de la forma en què estiguin representats.

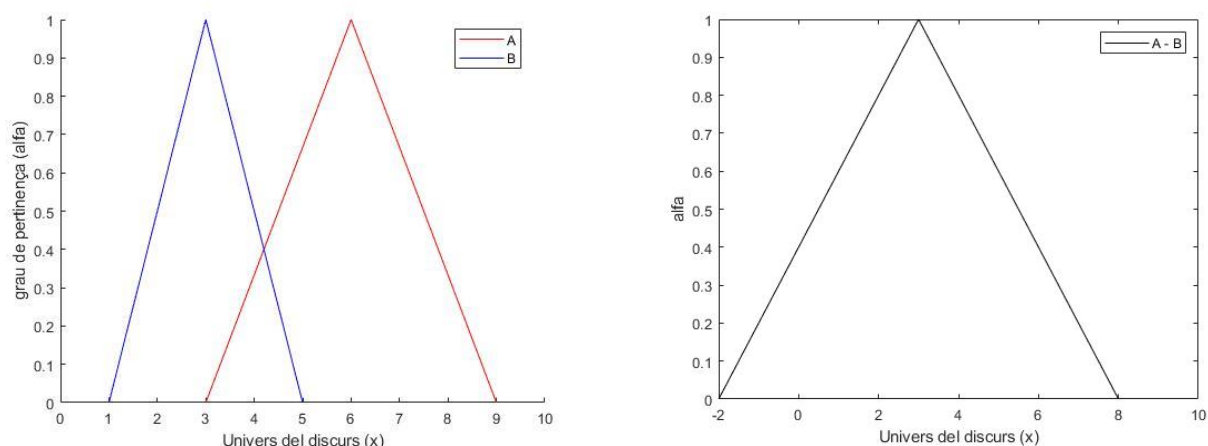


Figura 3.7. Exemple de resta de dos nombres negatius que intersequen

L'aparició de valors negatius en una resta de dos nombres difusos que intersequen s'explica pensant que un nombre difús no és clarament més gran que l'altre. Quan es resten dos nombres deterministes, només es poden donar situacions: que un sigui més gran que l'altre o que siguin iguals. No obstant, al definir difusament els nombres, un nombre pot ser parcialment més gran que l'altre i, a la vegada, pot ser parcialment més petit.

Des d'un punt de vista difús, es pot entendre que la distància entre una alternativa i l'alternativa ideal sigui un nombre difús que contingui valors negatius. Tanmateix, convé tenir present que es pretén modelitzar la lògica difusa per incorporar-la en models de presa de decisions per facilitar les decisions

de promotors o altres persones interessades en un projecte. Així, que una distància a l'ideal contingui valors negatius pot resultar poc intuïtiu sobretot per persones no acostumades a tractar amb aproximacions matemàtiques d'aquesta índole. Per això, en el capítol 5 es redefineix el concepte de valor ideal i anti-ideal de manera que es segueixi modelitzant correctament la incertesa i alhora s'ofereixin uns resultats fàcilment interpretables.

4. Metodologia per introduir la incertesa a la programació compromís discreta

En els capítols anteriors s'han presentat els conceptes necessaris per comprendre la metodologia que es proposa en aquest capítol. En el capítol 2 s'ha formulat matemàticament la tècnica multicriteri adequada per solucionar el problema descrit i s'han aclarit les parts de la formulació on és necessari incorporar la incertesa. Seguidament, en el capítol 3 s'ha presentat la lògica difusa com a eina per valorar la incertesa i s'han repassat les maneres més comunes d'aplicar-la a les tècniques multicriteri que es poden trobar a la literatura.

En aquest capítol es pretén dissenyar una metodologia capaç de modelitzar de forma eficient la incertesa en la programació compromís discreta per tal de resoldre de manera més robusta problemes multicriteri. El capítol consta de tres apartats. En el primer apartat (4.1) es detalla la metodologia per modelitzar la incertesa en les respostes dels experts tant per la ponderació dels criteris com per l'avaluació del seu compliment per part de les alternatives. En el segon apartat (4.2) es descriu el procediment de càlcul de la tècnica de la programació compromís discreta difusa, és a dir, amb incertesa. Finalment, en el tercer apartat (4.3), es presenten dues opcions per la interpretació dels resultats de l'aplicació de la tècnica.

4.1. Metodologia per modelitzar la incertesa en les respostes dels experts

Tal com s'ha detallat en el capítol 2, la programació compromís discreta es basa en la definició de criteris i indicadors que avaluaran unes alternatives. Aquests criteris es ponderen segons la seva importància en relació a la decisió que es vol prendre. Per tal de tenir en compte tots els punts de vista, és raonable que tant les valoracions de la importància dels criteris com les avaluacions de les alternatives segons cada criteri les realitzin diferents experts.

La metodologia que es presenta utilitza la lògica difusa per recollir la incertesa en les valoracions dels experts. D'aquesta manera, la quantificació de la resposta s'ajustarà millor a la vaguetat del llenguatge. Recuperant les idees explicades en el capítol 3, davant d'una sèrie de respostes qualitatives (molt baixa, baixa, mitjana, alta i molt alta), un expert pot decantar-se per una d'elles amb més o menys seguretat. Ara bé, no és possible determinar que un valor quantitatiu de l'univers del discurs pertanyi exclusivament a una d'aquestes respostes. Les respostes són, doncs, variables difuses.

Cada variable difusa té associada un nombre difús. Com és habitual a la literatura exposada a l'apartat 3.2, en aquesta metodologia s'escullen nombres difusos triangulars per quantificar les variables difuses. D'aquesta manera, cada variable difusa té associada una quantificació de referència que

constitueix el nucli del conjunt (té un grau de pertinença igual a 1), mentre que conforme es consideren quantificacions més allunyades d'aquest nucli, el grau de pertinença decreix. Com s'ha vist també a l'apartat 3.2, el suport de cada nombre difús està definit prèviament. Tanmateix, si un expert està més segur que un altre a l'hora d'emetre una resposta, és raonable que el suport del nombre difús associat a la resposta del primer expert sigui més reduït, és a dir, incorpori menys valors al voltant del nucli, que el suport del segon. Per tenir en compte aquesta percepció de seguretat, doncs, el suport del nombre difús ha de dependre de la percepció de seguretat de l'expert i , per tant, el nombre difús no pot estar definit prèviament. Així, el grau de pertinença decreix amb una pendent major si l'expert es mostra més segur de la resposta i ho fa amb una pendent menor si es mostra més insegur.

Per modelitzar la resposta d'un expert com difusa incorporant la seva percepció de seguretat, tant per la ponderació dels criteris com per l'avaluació de les alternatives, es realitzen els següents passos.

Pas 1. Definició de l'univers del discurs: Es defineix l'univers del discurs igual per totes les variables difuses: l'escala de nombres reals entre 0 i 10.

Pas 2. Tria de la variable difusa: En comptes d'escollir entre opcions qualitatives (alta, molt alta, etc.), es demana a l'expert que valori el valor de referència de la resposta. Aquest valor de referència pot ser qualsevol nombre real entre 0 i 10 i equival al nucli del nombre difús que es defineix acabat el pas 3. D'aquesta manera, l'expert té més llibertat que si només pot escollir entre un nombre determinat d'opcions qualitatives.

Pas 3. Conformació del nombre difús associat a la variable difusa: Es demana a l'expert que valori la seguretat amb la qual ha emès la valoració del nucli. És a dir, si un expert ha respost en el pas 2 que la importància d'un criteri és de 4, ara ha de comunicar la sensació de seguretat en la resposta. Segons si està més o menys segur de la resposta, el suport del nombre difús associat al 4 serà major o menor. Per tant, el 4 actua com a variable difusa de la mateixa manera que ho feien les respostes qualitatives *alta*, *molt alta*, etc.

Per la valoració de la seguretat en la resposta del pas 3, es donen quatre opcions de resposta: molt segur, bastant segur, poc segur o gens segur. Cada resposta té associada una quantificació d'acord amb els valors habituals de la literatura, ja que defineixen suports que oscil·len entre el 10% i el 40% si no hi ha truncaments (Taula 4.1). Aquesta quantificació té una interpretació doble. D'una banda equival a la meitat del nombre difús si no hi ha truncaments. De l'altra, determina una pendent constant per la funció de pertinença del nombre difús. Així, existeixen dues possibilitats pels nombres difusos resultants, que es mostren a partir de dos exemples de resposta (Figura 4.1):

- Possibilitat 1. No truncament: Si un expert considera que la importància d'un criteri és 4 i es mostra gens segur de la resposta, el suport del nombre difús té com a màxim el 6 ($4+2$) i com a mínim el 2 ($4-2$). A l'estar aquests dos valors compresos dins l'univers del discurs, no s'ha de truncar el nombre difús. El nombre difús associat a la resposta és, doncs, triangular.

- Possibilitat 2. Truncament: Si un expert considera que la importància d'un criteri és 9 i es mostra poc segur de la resposta, el valor mínim del nombre triangular hauria de ser 7.5 (9-1.5) i el valor màxim 10.5 (9+1.5). El valor mínim es troba contingut dins l'univers del discurs i, per tant, la part esquerra de la funció de pertinença del nombre difús és la pròpia d'un nombre triangular. En canvi, el valor màxim es troba fora de l'univers del discurs i, per tant, el triangle s'ha de truncar. És habitual en les tècniques multicriteri borroses mantenir els nombres difusos dins l'univers del discurs proposat [Nadaban et al., 2016], de forma que valors inferiors a 0 o superiors a 10 tenen un grau de pertinença nul als conjunts de les respostes.

Seguretat en la resposta	Quantificació
Molt (M)	0.5
Bastant (B)	1
Poc (P)	1.5
Gens (G)	2

Taula 4.1. Quantificació de la seguretat en la resposta

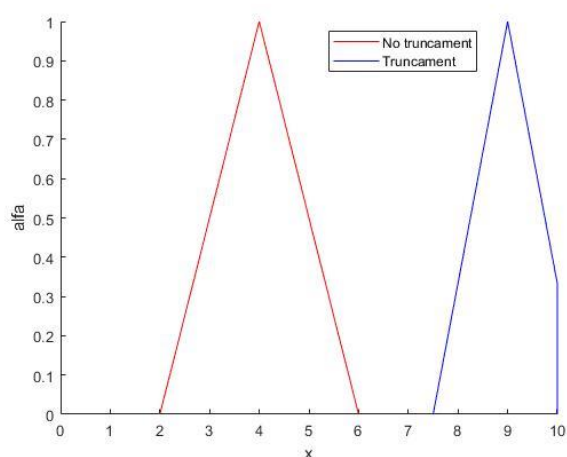


Figura 4.1. Possibles formes dels triangles

Els truncaments que poden tenir els nombres difusos descarta llur manipulació a partir de l'expressió matemàtica definida pels nombres triangulars a l'apartat 3.2, perquè el valor màxim i mínim del suport del nombre difús poden tenir diferents graus de pertinença al conjunt (Possibilitat 2 de la figura 4.1). Com que la seva forma pot ser arbitrària, cal emprar la metodologia α -cut.

4.2. Aplicació de la programació compromís discreta difusa

Un cop decidida la metodologia de tractament de la incertesa, cal aplicar-la a la programació compromís. La Taula 4.2 presenta una comparació entre la fórmula de la distància de cada alternativa a la solució ideal pel cas determinista, descrit en el capítol 2, i pel cas difús. Es pot apreciar que aquells elements de la fórmula que provenen de les opinions d'experts són considerats difusos i tractats segons la metodologia α -cut.

Cas determinista	Cas difús modelat amb α -cut
$L_{i,p} = \left[\sum_{j=1}^n W_j^p \cdot \left(\frac{F_j^* - f_{ij}}{F_j^* - f_j^*} \right)^p \right]^{1/p} \quad (2.3)$	$^{\alpha}L_{i,p} = \left[\sum_{j=1}^n (^{\alpha}W_j)^p \cdot \left(\frac{{^{\alpha}F_j^* - ^{\alpha}f_{ij}}{^{\alpha}F_j^* - ^{\alpha}f_j^*} \right)^p \right]^{1/p} \quad (4.1)$
p és la mètrica utilitzada $L_{i,p}$ és la distància de l'alternativa i a la solució ideal prenent la mètrica p W_j és el pes assignat al criteri j f_{ij} és el valor de l'alternativa i per l'indicador del criteri j F_j^* és el valor ideal pel criteri j f_j^* és el valor anti-ideal pel criteri j	p és la mètrica utilitzada $^{\alpha}L_{i,p}$ és la distància de l'alternativa i a la solució ideal prenent la mètrica p pel grau de pertinença α $^{\alpha}W_j$ és el pes assignat al criteri j pel grau de pertinença α $^{\alpha}f_{ij}$ és el valor de l'alternativa i per l'indicador del criteri j pel grau de pertinença α $^{\alpha}F_j^*$ és el valor ideal pel criteri j pel grau de pertinença α $^{\alpha}f_j^*$ és el valor anti-ideal pel criteri j pel grau de pertinença α

Taula 4.2 Comparació de les fórmules de la programació compromís discreta determinista i difusa

Convé recordar que l'objectiu del treball és modelitzar la incertesa pròpia del model de presa de decisions escollit. Aquesta incertesa rau en les opinions dels experts en relació a la importància de cada criteri i a la valoració del compliment dels criteris per part de les diferents alternatives. L'emissió d'aquestes opinions, de naturalesa subjectives i rodejades d'inseguretat, es quantifiquen a través de la lògica difusa tal com s'ha detallat a l'apartat 4.1 i s'expressen a través de la metodologia α -cut.

Tot seguit, es presenten les etapes que s'han de seguir per calcular la distància de cada alternativa a l'ideal considerant la incertesa (equació 4.1). Inicialment, s'expressen totes les opinions dels experts, tant per la valoració de la importància dels criteris com del compliment dels criteris per part de les alternatives, com a successió d'interval α -cut (Etapa 0). Seguidament, es calculen els pesos dels criteris (Etapa 1). A continuació, es calculen les avaluacions de les alternatives segons els indicadors de cada criteri i s'identifiquen els valors ideal i anti-ideal de cada criteri (Etapa 2). Per últim, es calcula la distància de cada alternativa a la solució ideal i s'ordenen les alternatives (Etapa 3).

Etapa 0. Expressió de les opinions dels experts segons la metodologia α -cut

Aquesta etapa preliminar té com a objectiu preparar les dades per la seva posterior manipulació en la fórmula de la programació compromís discreta difusa (equació 4.1). Per cada nombre difús corresponent a una opinió d'un expert, es troben els interval α -cut associats a tots els graus de pertinença α que es considerin seguint l'equació 4.1. Prenent 11 valors de α : de 0 a 1 amb increments de 0.1, s'aconsegueix una aproximació adequada dels nombres difusos i no es compromet de manera decisiva la rapidesa dels càlculs.

Etapa 1. Càlcul dels pesos dels criteris ${}^{\alpha}W_j$

Com s'ha vist en el capítol 2, el pes de cada criteri és el resultat de fer la mitjana dels pesos que ha assignat cada expert a aquell criteri. No obstant, per evitar crear diferències entre experts, els pesos de cada expert és normalitzen abans d'agregar-los. Així, aquesta etapa es concreta en dos passos:

Pas 1.1 Normalització dels pesos assignats per cada expert

Per tots els graus de pertinença α , es realitzen les següents operacions (4.2 i 4.3). D'aquesta manera, es reconstrueix en forma d'interval α -cut cada nombre difús associat a la valoració ja normalitzada d'un pes assignat per un expert.

Sigui ${}^{\alpha}w_{jk} = [a_{jk}^{\alpha}, b_{jk}^{\alpha}]$ el pes donat per l'expert $k=1, \dots, r$ al criteri $j=1, \dots, n$ en el grau de pertinença α , on r és el número d'experts i n el número de criteris, el valor promig de l'interval ω_{jk}^{α} és (4.2):

$$\omega_{jk}^{\alpha} = \frac{a_{jk}^{\alpha} + b_{jk}^{\alpha}}{2} \quad (4.2)$$

Llavors, el nou pes normalitzat ${}^{\alpha}w_{jk}$ és (4.3):

$${}^{\alpha}w_{jk} = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \omega_{jk}^{\alpha}} \cdot [a_{jk}^{\alpha}, b_{jk}^{\alpha}] \quad (4.3)$$

Com a resultat de la normalització, en el cas determinista la suma dels pesos assignats per un mateix expert és igual a 1. No obstant, quan es modelitza la incertesa totes aquestes operacions es fan amb nombres difusos representats pels seus interval α -cut. Així, per cada interval α -cut, la suma dels pesos normalitzats assignats per un mateix expert a tots els criteris no és la unitat, sinó un interval centrat en la unitat.

Pas 1.2 Agregació dels pesos assignats per cada expert

Per tots els graus de pertinença α , es realitza l'operació 4.4. D'aquesta manera, s'obté el nombre difús associat al pes de cada criteri en forma d'interval α -cut.

El pes d'un criteri ${}^{\alpha}W_j$ és el resultat de fer la mitja dels pesos normalitzats dels experts per aquest criteri (4.4).

$$\alpha W_j = \frac{\sum_{k=1}^r \alpha w_{jk}}{r} \quad (4.4)$$

Degut a la normalització abans realitzada (Pas 1.1), la suma dels pesos de tots els criteris, un cop agregades les respostes de tots els experts, continua sent un interval centrat en la unitat. Conforme s'augmenti el grau de pertinença α , es tendeix a l'anàlisi determinista tot reduint el rang de l'interval i, per $\alpha=1$, la suma dels pesos dels criteris és exactament la unitat.

Etapa 2. Càlcul de les avaluacions de les alternatives αf_{ij} i identificació dels valors ideal i anti-ideal per cada criteri αF_j^* i αf_j^*

Anàlogament als pesos dels criteris, les avaluacions de les alternatives també són el resultat de l'agregació de les avaluacions donades per cada expert de cada alternativa segons cada criteri. Com que les avaluacions de les alternatives es normalitzen a l'aplicar la fórmula de la programació compromís discreta, no és necessari normalitzar prèviament les avaluacions de cada expert. Després, s'identifiquen els valors ideal i anti-ideal de cada criteri. Així, aquesta etapa es concreta en els següents passos:

Pas 2.1 Agregació de les avaluacions de les alternatives donades per cada expert

Per tots els graus de pertinença α , es realitza l'operació 4.5. D'aquesta manera, s'obté el nombre difús associat a l'avaluació agregada de cada alternativa segons cada criteri en forma d'interval α -cut.

Sigui αf_{ijk} l'avaluació de l'alternativa $i=1,\dots,m$ segons l'indicador del criteri $j=1,\dots,n$ realitzada per l'expert $k=1,\dots,r$ en el grau de pertinença α , on m és el número d'alternatives, l'avaluació agregada de l'alternativa segons l'indicador del criteri αf_{ij} és (4.5):

$$\alpha f_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^r \alpha f_{ijk}}{r} \quad (4.5)$$

Pas 2.2 Identificació dels valors ideal i anti-ideal per cada criteri

Com s'ha introduït a l'apartat 3.2, a la major part de la literatura el valor ideal i el valor anti-ideal d'un indicador d'un criteri corresponen al nombre difús de l'alternativa que millor i pitjor s'adequa a l'indicador, respectivament. Tanmateix, aquesta definició pot portar a valors negatius de distància que

compliquin la interpretació dels resultats. Per evitar aquesta complicació, es redefeixen els conceptes de valors ideal i anti-ideal considerant-los deterministes [Afful-Dadzie et al. 2014]. Així, per cada tall α -cut, es defineix el valor ideal d'un criteri ${}^{\alpha}F_j^*$ com el valor màxim o mínim que una alternativa pot prendre per l'indicador del criteri, segons si es vol maximitzar o minimitzar, respectivament. El valor màxim d'un indicador correspon a l'extrem superior més gran dels intervals α -cut de les alternatives. Al seu torn, el valor mínim d'un indicador correspon a l'extrem inferior més petit dels intervals α -cut de les alternatives. El procediment és anàleg al que es segueix per determinar el valor anti-ideal d'un indicador ${}^{\alpha}f_j^*$, que correspon al pitjor valor que una alternativa pot assolir. Tant el valor ideal com el valor anti-ideal són, doncs, valors deterministes que només varien si es canvia el tall que s'analitza. En altres paraules, només depenen del grau de pertinença α que es consideri. Aquest pas es defineix matemàticament de la següent manera.

Per cada grau de pertinença, s'identifica el valor ideal i anti-ideal de cada criteri observant els corresponents intervals α -cut de l'avaluació de les alternatives. Concretament, sigui un criteri que es vol maximitzar, el seu valor ideal i anti-ideal són (4.6):

$${}^{\alpha}F_j^* = \max ({}^{\alpha}f_{ij}) \quad {}^{\alpha}f_j^* = \min ({}^{\alpha}f_{ij}) \quad (4.6)$$

Etap 3. Càlcul de la distància de cada alternativa a la solució ideal ${}^{\alpha}L_i$

Un cop s'han calculat els pesos dels criteris (Etap 1) i les avaluacions de les alternatives tot identificant el valor ideal i anti-ideal de cada criteri (Etap 2), es prenen els resultats d'aquestes etapes per calcular la distància de cada alternativa a la solució ideal amb la fórmula de la programació compromís discreta difusa (equació 4.1). En el desgranament de l'etapa en passos successius, s'ha volgut remarcar conceptualment el càlcul de la distància normalitzada d'una alternativa al valor ideal d'un criteri (pas 3.1), ja que el resultat d'aquest càlcul és determinant perquè la interpretació dels resultats de distància sigui intuïtiva. En conjunt, aquesta etapa es concreta en els següents passos:

Pas 3.1 Càlcul de la distància normalitzada de l'alternativa i al valor ideal del criteri j

Aquest pas té com a objectiu calcular la distància normalitzada d'una alternativa segons un criteri respecte al millor valor possible que pot assolir l'indicador del criteri. La normalització pròpiament dita es du a terme en el denominador (de l'equació 4.1), on es resta el valor ideal i l'anti-ideal. Aquesta diferència correspon al rang de valors possibles que poden prendre les alternatives, ja que cap avaluació pot caure fora dels marges continguts entre el valor ideal i l'anti-ideal. Aquesta diferència és un valor determinista perquè apel·la al concepte de rang de valors possibles. Per la seva banda, en el numerador es calcula quant allunyada està una alternativa del valor ideal per aquell indicador. Per fer-ho, es calcula la diferència entre el valor ideal (definit com a determinista) i l'avaluació incerta de

l'alternativa (l'interval α -cut corresponent).

Així, per tots els graus de pertinença α , el càlcul de la distància normalitzada ${}^{\alpha}dn_{ij}$ de l'avaluació de l'alternativa $i=1,\dots,m$ segons l'indicador del criteri $j=1,\dots,n$ és (4.7):

$${}^{\alpha}dn_{ij} = \frac{{}^{\alpha}F_j^* - {}^{\alpha}f_{ij}}{{}^{\alpha}F_j^* - {}^{\alpha}f_j^*} \quad (4.7)$$

La normalització, tal com s'ha definit, compleix que:

- Per cada criteri i i per cada α , el límit inferior de la distància normalitzada de l'alternativa que conté el valor ideal és 0. Idealment doncs, aquesta alternativa està a distància nul·la del valor ideal per aquest indicador. Tanmateix, com que l'avaluació de l'alternativa és incerta, la seva quantificació conté altres valors més enllà de l'ideal. Per tant, la distància a l'ideal no és determinista i el límit superior de l'interval resultant és superior a 0 (està comprès entre 0 i 1).
- Per cada criteri i i per cada α , el límit superior de la distància normalitzada de l'alternativa que conté el valor anti-ideal és 1. Es compleix així que, en el pitjor dels casos, aquesta alternativa està el màxim d'allunyada possible del valor ideal. Anàlogament, aquesta avaluació no és determinista i el límit inferior de l'interval resultant és inferior a 1 (està comprès entre 0 i 1).

El compliment dels dos punts anteriors per part de la distància de cada alternativa a l'ideal és el fonament del tractament de la incertesa en la metodologia que es presenta. Aquest fet es pot apreciar de forma senzilla per la millor alternativa. En aquest cas i com s'ha dit, el límit inferior de l'interval resultant de la normalització és igual a 0 per tot α . No obstant, quant més incerta sigui l'avaluació de l'alternativa, més s'allunyarà el límit superior del 0 i, per tant, valors més grans de distància s'inclouen en el nombre difús resultant. Aquest fet es veurà confirmat en el cas d'exemple que es mostra en el capítol 5.

Per tal de d'arribar a les conclusions descrites, l'explicació detallada en aquest pas s'ha centrat en el càlcul de la distància normalitzada d'una alternativa respecte al valor ideal d'un criteri sense considerar la ponderació pel pes d'aquest criteri. Aquesta ponderació, que consisteix en multiplicar la distància normalitzada pel pes del criteri corresponent tal com es veu a l'equació 4.1, s'inclou en el pas següent.

Pas 3.2 Càlcul de la distància de l'alternativa i a la solució ideal per les mètriques $p=1$ i $p=\infty$

S'aplica l'equació 4.1 per cada alternativa, per les mètriques $p=1$ i $p=\infty$ i per cada grau de pertinença α . Els nombres difusos de distància ${}^{\alpha}L_{i,1}$ i ${}^{\alpha}L_{i,\infty}$ s'obtenen en forma dels seus intervals α -cut.

Pas 3.3 Ponderació de les mètriques $p=1$ i $p=\infty$

Tal com s'ha introduït en el capítol 2, es dona el mateix pes a les dues mètriques [San Cristobal, 2011; Domenech et al. 2015]. D'aquesta manera, el càlcul de la distància de l'alternativa i a la solució ideal, per cada grau de pertinença α , és (4.8):

$${}^{\alpha}L_i = \frac{{}^{\alpha}L_{i,1} + {}^{\alpha}L_{i,\infty}}{2} \quad (4.8)$$

Si es representen gràficament els successius intervals α -cut, es troba el nombre difús associat a la distància de cada alternativa a la solució ideal $\tilde{L}_i$.

Aquests nombres difusos s'han d'ordenar per ordre creixent per trobar l'alternativa que està a menor distància de la solució ideal. Tanmateix, ordenar nombres difusos no és una tasca trivial. Per això, en el següent apartat es presenten una sèrie d'eines per interpretar els resultats que s'obtenen.

4.3. Interpretació dels resultats

En primer lloc, cal destacar que, per $\alpha=1$, el càlcul de la distància de cada alternativa a la solució ideal correspon a l'anàlisi del problema de forma determinista, sense considerar la incertesa. Això és degut a que el nombre difús associat a cada resposta d'un expert queda reduït al seu nucli, que està format únicament pel valor de referència de la resposta. Per tant, la metodologia descrita constitueix una ampliació respecte la programació compromís discreta determinista, ja que aquesta es troba incorporada. D'aquesta manera, resulta interessant comparar l'anàlisi sense incertesa, corresponent únicament als resultats pel grau de pertinença igual a la unitat, amb l'anàlisi amb incertesa, que engloba tots els graus de pertinença. L'anàlisi amb incertesa pretén ordenar els nombres difusos $\tilde{L}_i$. La interpretació d'aquesta ordenació pot ser qualitativa, observant la representació dels nombres difusos, o quantitativa. Al seu torn, la interpretació quantitativa es pot realitzar en termes deterministes o probabilístics.

La interpretació en termes deterministes té com a objectiu reduir la forma arbitrària de cada nombre difús resultant al seu valor determinista més representatiu, calculant la integral proposada per [Chan & Lee 1994] (4.9). Convé no confondre l'anàlisi determinista, que consisteix en aplicar la metodologia de

la programació compromís discreta sense considerar la incertesa, amb la interpretació determinista d'uns resultats obtinguts a partir de l'anàlisi difús que s'ha explicat a l'apartat anterior. La interpretació determinista consisteix en eliminar la incertesa d'uns resultats obtinguts difusament.

De tots els mètodes d'eliminació de la incertesa que segueixen una tècnica similar, s'ha escollit aquest per la possibilitat de tractar nombres difusos que segueixen formes arbitràries i la flexibilitat de la fórmula per donar prioritat a alguns graus de pertinença particulars o considerar escenaris més optimistes o més pessimistes.

$$VR_i = \int_0^1 w(\alpha) \cdot [\chi_1 \cdot \mu_{i,Left}^{-1}(\alpha) + \chi_2 \cdot \mu_{i,Right}^{-1}(\alpha)] d\alpha \quad (4.9)$$

On $w(\alpha)$ és el pes que es dona a cada grau de pertinença (generalment és igual a 1 per tot α), χ_1 i χ_2 és el pes que es dona a la part esquerra i dreta, respectivament, de la funció de pertinença associada al nombre difús (la suma d'ambdós ha de ser 1 i en un cas neutre, ni optimista ni pessimista, valen el mateix, 0.5) i $\mu_{i,Left}^{-1}(\alpha)$ i $\mu_{i,Right}^{-1}(\alpha)$ són la funció inversa de la part esquerra i dreta de la funció de pertinença del nombre difús, respectivament. Com que es pretén minimitzar $\tilde{L}_i$, potenciar χ_1 en detriment del seu homòleg condueix a un escenari optimista, ja que el resultat de l'eliminació de la incertesa té un biaix cap a l'esquerra. Anàlogament, potenciar χ_2 condueix a un escenari més pessimista. Finalment, VR_i és el valor representatiu de l'alternativa i . És a dir, VR_i és la distància determinista de l'alternativa i a la solució òptima del problema de la programació compromís considerant la incertesa.

La interpretació en termes de probabilitat es realitza a partir dels treballs de Zhang et al [2014]. En ells s'exposa un algorisme que permet conèixer la probabilitat que un nombre difús sigui inferior a un altre en diferents situacions (solapament, inclusió o exclusió). Es parteix del Principi de raó insuficient de Bernoulli, que considera que la probabilitat es reparteix de manera uniforme per cada tall α -cut del nombre difús. L'algorisme es basa en la comparació de dos nombres difusos, $\tilde{A}$ i $\tilde{B}$ en genèric, a través de la comparació dels successius intervals α -cut (4.10).

$$P(\tilde{A} < \tilde{B}) = \sum_{\alpha=0}^1 f(\alpha) \cdot P({}^{\alpha}A < {}^{\alpha}B) / \sum_{\alpha=0}^1 f(\alpha) \quad (4.10)$$

On $f(\alpha)$ és un factor ponderador dels diferents graus de pertinença equivalent al $w(\alpha)$ que contempla l'equació 4.9, i $P({}^{\alpha}A < {}^{\alpha}B)$ és la probabilitat que un interval α -cut pertanyent al nombre difús $\tilde{A}$ sigui inferior al mateix interval α -cut pertanyent al nombre difús $\tilde{B}$. Aquesta probabilitat s'ha d'entendre com la probabilitat de que un interval ${}^{\alpha}A$ es determini en un valor més petit que el de ${}^{\alpha}B$ si tots els valors de cada interval tenen la mateixa probabilitat de determinació.

L'explicació de la proposta metodològica acabada de detallar es complementa amb un cas d'exemple on s'aplica. Es pretén, doncs, aclarir el seu funcionament, així com posar de relleu la seva coherència introduint unes variants en les dades inicials i analitzant-ne els impactes.

5. Il·lustració de la metodologia en un cas d'exemple

Els capítols anteriors han desembocat en l'elaboració d'una metodologia que considera la incertesa inherent en els problemes de presa de decisions que es resolen a través de la programació compromís discreta. Aquest capítol pretén mostrar les possibilitats d'anàlisi i interpretació que ofereix la metodologia descrita en un cas de dimensions controlades.

El capítol es divideix en cinc apartats. En primer lloc, es presenta el cas d'exemple (5.1). A continuació, es mostra el càlcul dels pesos dels criteris (5.2) i el càlcul de les distàncies normalitzades de cada alternativa al valor ideal de cada criteri (5.3). Seguidament, es presenten i s'interpreten els resultats finals assolits (5.4) i, finalment, s'introdueixen variants en les dades inicials per demostrar la coherència de la metodologia exposada (5.5).

5.1. Presentació del cas

Per facilitar l'enteniment de la metodologia i la interpretació dels resultats, s'ha dissenyat un cas de dimensions controlades i genèric. Tres experts (D1, D2, D3) avaluaran tres alternatives (A1, A2, A3) segons tres criteris (C1, C2, C3) degudament ponderats. Amb l'objectiu de simplificar la nomenclatura, no es faran distincions entre criteris i indicadors i es parlarà únicament de criteris. S'assumeix, doncs, que cada criteri té un sol indicador que avalua les alternatives.

No es defineixen de forma concreta ni les alternatives ni els criteris per aquest cas d'exemple perquè la metodologia pot ser d'aplicació en contextos molt diferents. Allò imprescindible és que el problema es formuli amb l'estructura adequada (avaluació d'unes alternatives segons uns criteris) per la presa de decisions a través de la programació compromís discreta considerant incertesa. És necessari aclarir que els criteris es voldran maximitzar, car la seva avaluació per part de les alternatives es realitza en termes d'adequació al criteri. Per tant, una major adequació és desitjable.

Les taules que es presenten contenen les dades inicials del cas d'exemple. Es recullen les valoracions de la importància dels tres criteris segons els tres experts (Taula 5.1) i les avaluacions de les alternatives segons cada criteri i cada expert (Taula 6.2). Cada resposta d'un expert és doble: en primer lloc, quantifica la importància del criteri o l'adequació de l'alternativa al criteri i, en segon lloc, reconeix la seguretat amb la qual ha respost. La primera part de la resposta és lliure, és a dir, l'expert pot assignar qualsevol valor entre 0 i 10. L'expressió de la seguretat, en canvi, es simplifica a quatre opcions: Molt segur (M), Bastant segur (B), Poc segur (P) o Gens segur (G). Cada resposta té associada la quantificació que s'ha presentat a la Taula 4.1.

Criteri	Expert	Valoració de la importància	Seguretat en la resposta
C1	D1	4	P
	D2	5	P
	D3	1.5	G
C2	D1	3	G
	D2	6	M
	D3	8	B
C3	D1	9	B
	D2	6.5	P
	D3	9.5	G

Taula 5.1. Valoracions inicials de la importància de cada criteri segons cada expert

Criteri	Expert	A1		A2		A3	
		Valoració de l'adequació	Seguretat en la resposta	Valoració de l'adequació	Seguretat en la resposta	Valoració de l'adequació	Seguretat en la resposta
C1	D1	6	M	4	P	1	P
	D2	5	P	5	G	5	G
	D3	9.5	P	8	M	9	M
C2	D1	1.5	G	3	M	9	P
	D2	6	M	4	P	8	M
	D3	8	B	5	M	7	B
C3	D1	2	B	2	B	8	B
	D2	5	P	4	P	4	P
	D3	9	G	5	M	3	M

Taula 5.2. Adequació inicial de cada alternativa a cada criteri segons cada expert

A tall d'exemple, es mostren en forma de gràfica les respostes dels experts sobre la importància del criteri C1 (Figura 5.1a) i de l'adequació de l'alternativa A1 respecte el criteri C3 (Figura 5.1b). En ambdues figures es pot apreciar com s'efectua el truncament del nombres difusos resultants de la incorporació de la incertesa. D'aquesta manera, es justifica l'elecció de la metodologia α -cut per aplicar la programació compromís discreta amb incertesa. En canvi, si en la resposta incerta no intervé cap valor extrem, la forma del nombre difús és triangular i el seu suport és exactament el doble de la quantificació de la seguretat de la resposta segons la Taula 4.1.

Com s'ha introduït a l'apartat 4.3, pel tall corresponent a α igual a la unitat, totes les valoracions dels experts són deterministes i corresponen a la seva valoració inicial (pas 2 de l'apartat 4.1). Per tant, l'anàlisi que es deriva d'aquest tall és exactament el mateix que si s'apliqués la programació compromís discreta explicada en el capítol 2. Es confirma doncs que la proposta metodològica de programació compromís discreta amb incertesa engloba l'anàlisi sense incertesa, ja que aquesta es

pot analitzar de forma aïllada aplicant totes les operacions de l'equació 4.1 pel tall corresponent a $\alpha=1$.

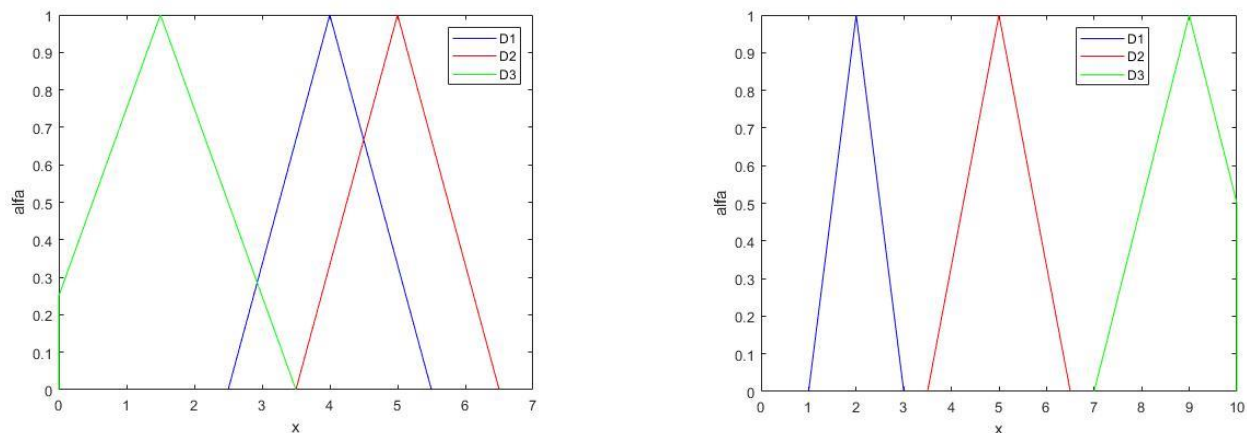


Figura 5.1. Respostes dels experts per la importància del criteri C1 (a) i l'adequació de l'alternativa A1 al criteri C3 (b)

Per preparar les dades per tal d'utilitzar la metodologia presentada, en primer lloc cal trobar tots els intervals α -cut associats als nombres difusos resultants de les respostes dels experts, aplicant l'equació 3.1 (Etapla 0). A mode d'exemple, les Taules 5.3 i 5.4 il·lustren els intervals associats a les respostes que s'han representat a la Figura 5.1. En la il·lustració de la metodologia es referenciarà a aquesta taula a l'inici dels càlculs dels pesos (apartat 5.2) i a l'inici del càlcul de les distàncies normalitzades de cada alternativa a cada criteri (apartat 5.3).

α	Importància de C1					
	D1		D2		D3	
0	2.5	5.5	3.5	6.5	0	3.5
0.1	2.65	5.35	3.65	6.35	0	3.3
0.2	2.8	5.2	3.8	6.2	0	3.1
0.3	2.95	5.05	3.95	6.05	0.1	2.9
0.4	3.1	4.9	4.1	5.9	0.3	2.7
0.5	3.25	4.75	4.25	5.75	0.5	2.5
0.6	3.4	4.6	4.4	5.6	0.7	2.3
0.7	3.55	4.45	4.55	5.45	0.9	2.1
0.8	3.7	4.3	4.7	5.3	1.1	1.9
0.9	3.85	4.15	4.85	5.15	1.3	1.7
1	4	4	5	5	1.5	1.5

Taula 5.3 Càlcul dels intervals α -cut associat a les valoracions de la importància del criteri C1 donades pels tres experts

α	Adequació de A1 a C3					
	D1		D2		D3	
0	1	3	3.5	6.5	7	10
0.1	1.1	2.9	3.65	6.35	7.2	10
0.2	1.2	2.8	3.8	6.2	7.4	10
0.3	1.3	2.7	3.95	6.05	7.6	10
0.4	1.4	2.6	4.1	5.9	7.8	10
0.5	1.5	2.5	4.25	5.75	8	10
0.6	1.6	2.4	4.4	5.6	8.2	9.8
0.7	1.7	2.3	4.55	5.45	8.4	9.6
0.8	1.8	2.2	4.7	5.3	8.6	9.4
0.9	1.9	2.1	4.85	5.15	8.8	9.2
1	2	2	5	5	9	9

Taula 5.4 Càlcul dels intervals α -cut associat a les valoracions de l'adequació de l'alternativa A1 al criteri C3 donades pels tres experts

Per il·lustrar la metodologia, les explicacions del càlcul dels pesos i del càlcul de les distàncies normalitzades de les alternatives es centraran en els dos exemples de respostes que s'aprecien en la Figura 5.1 i a les Taules 5.3 i 5.4. Aquests dos exemples són representatius de totes les situacions possibles que cal afrontar a l'aplicar la metodologia. Naturalment, es segueix el mateix procediment per totes les altres valoracions. A més, per cada referència a passos de la metodologia, es presentarà un exemple numèric per un valor de grau de pertinença α concret. S'escull, a tal d'exemple, $\alpha=0,4$.

5.2. Càlcul dels pesos dels criteris

La finalitat d'aquesta etapa de la metodologia consisteix en agregar les respostes dels tres experts per cada criteri. D'aquesta manera, s'obté un nombre difús que quantifica el pes de cada criteri en la programació compromís (Etapa 1). Com s'ha anunciat, es pren d'exemple la valoració de la importància del criteri C1 que han donat els tres experts.

Per tal d'il·lustrar les operacions que es realitzen amb la metodologia α -cut, es presenten els nombres difusos en forma d'interval pels successius valors de α , entre 0 i 1 (Figura 5.2a). Cal dir que aquests nombres difusos no corresponen als representats a la Figura 5.1a perquè ja s'han normalitzat conforme el pas 1.1. Per mostrar l'aplicació d'aquest pas, es parteix dels valors de l'interval 0.4-cut corresponents a la valoració de la importància del criteri C1 realitzada per l'expert D1 (Taula 5.3). En primer lloc, es calcula el valor promig d'aquest interval (5.1). Seguidament, es mostra el càlcul de la normalització del mateix interval 0.4-cut (5.2).

$$\omega_{11}^{0.4} = \frac{a_{11}^{0.4} + b_{11}^{0.4}}{2} = \frac{3.1 + 4.9}{2} = 4 \quad (5.1)$$

$${}^{0.4}w_{11} = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \omega_{1k}^{0.4}} \cdot [a_{11}^{0.4}, b_{11}^{0.4}] = \frac{1}{16} \cdot [3.1, 4.9] = [0.194, 0.306] \quad (5.2)$$

A continuació, s'agreguen les respostes segons el pas 1.2 calculant l'interval promig per cada grup d'interval α -cut (Figura 5.2b). Per il·lustrar-ho, es mostra el càlcul del pes del criteri C1 per l'interval 0.4-cut (5.3). En aquesta equació es suposa que s'han calculat els intervals 0.4-cut normalitzats corresponents als altres dos experts, conforme s'ha descrit en el pas 1.1.

$${}^{0.4}W_1 = \frac{\sum_{k=1}^r {}^{0.4}w_{1k}}{3} = \frac{[0.194, 0.306] + [0.234, 0.337] + [0.016, 0.145]}{3} = [0.148, 0.263] \quad (5.3)$$

La Figura 5.2b representa, doncs, el nombre difús corresponent al pes del criteri C1 expressat en forma dels seus intervals α -cut. Es repeteixen els dos passos de l'etapa 1 per trobar la importància dels criteris C2 i C3.

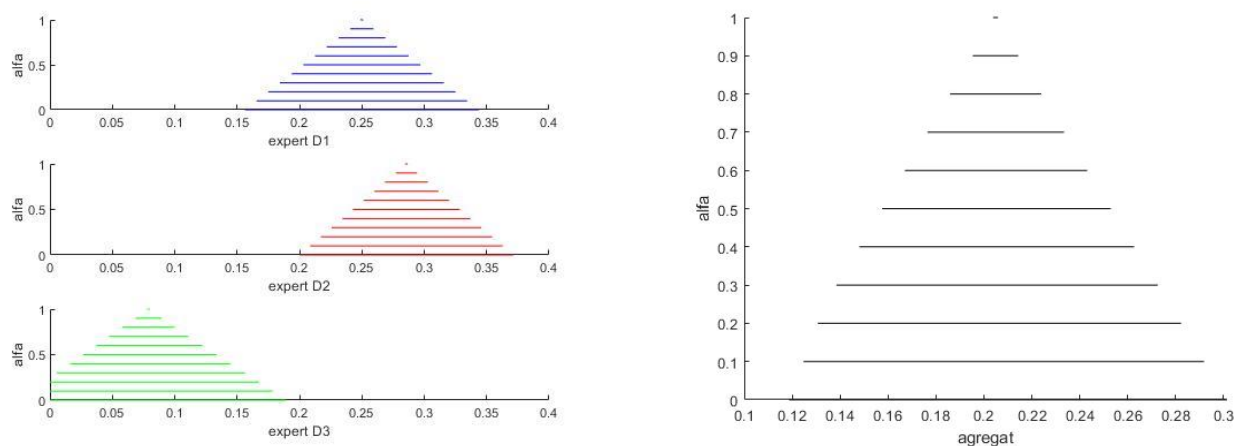


Figura 5.2. Representació de la importància del criteri C1 segons els tres experts (a) i agregació de les respostes (b)

5.3. Càlcul de les distàncies normalitzades de cada alternativa al valor ideal de cada criteri

Per calcular les distàncies normalitzades de cada alternativa al valor ideal de cada criteri, es realitzen les següents operacions. Per exemplificar-ho, abans de res, s'han representat les distàncies normalitzades de les alternatives al valor ideal del criteri C3 (Figura 5.3).

En primer lloc, s'aplica el pas 2.1 per agregar les valoracions dels tres experts en relació a l'adequació de les alternatives al criteri C3 (Figura 5.3a). El nombre difús mostrat en blau correspon a l'agregació de la valoració de l'alternativa A1 pels tres experts expressat en forma dels seus intervals α -cut. Per tant, és el resultat d'agregar les respostes dels experts que s'observen en la Figura 5.1b. Anàlogament, els nombres difusos mostrats en vermell i verd corresponen a l'agregació de les valoracions de les alternatives A2 i A3, respectivament, pels tres experts. Per il·lustrar, l'aplicació d'aquest pas, es parteix dels intervals 0.4-cut corresponents a les avaluacions de l'alternativa A1 sobre el criteri C3 fetes pels tres experts (Taula 5.4). A continuació, es calcula l'agregació de les valoracions dels tres experts en

relació a l'adequació de l'alternativa A1 al criteri C3 per l'interval 0.4-cut (5.4).

$${}^{\alpha}f_{13} = \frac{\sum_{k=1}^r {}^{\alpha}f_{13k}}{3} = \frac{[1.4, 2.6] + [4.1, 5.9] + [7.8, 10]}{3} = [4.433, 6.167] \quad (5.4)$$

En segon lloc, s'aplica el pas 2.2 per identificar el valor ideal i anti-ideal de cada criteri. Com que el criteri C3 es vol maximitzar, per cada grau de pertinença α , el valor ideal correspon a l'extrem superior més gran dels intervals α -cut de les avaluacions de les alternatives. Pel criteri C3 aquest és, per tots els graus de pertinença, el de l'alternativa A1. Per il·lustrar aquest pas, es mostra gràficament marcant amb un punt negre sobre la Figura 6.3a els valors de les tres alternatives que es comparen per escollir el valor ideal del criteri corresponent a $\alpha=0.4$: ${}^{0.4}F_3^*$. A més, numèricament s'il·lustra, pel mateix grau de pertinença, a l'equació 5.5. Els valors considerats en aquesta equació corresponen a l'aplicació del pas 2.1 per agregar les valoracions dels tres experts sobre l'adequació de les alternatives A2 i A3 al criteri C3.

$${}^{0.4}F_3^* = \max ({}^{0.4}f_{i3}) = \max (6.167, 4.267, 5.6) = 6.167 \quad (5.5)$$

Es confirma, doncs, que el més gran és el valor corresponent a l'alternativa A1. El mateix argument permet identificar el valor anti-ideal com l'extrem inferior de l'interval α -cut de l'alternativa A2 per tot grau de pertinença. S'il·lustra aquesta elecció numèricament per $\alpha = 0.4$ a través de l'equació 5.6. Anàlogament a abans, els valors considerats en aquesta equació corresponen a l'aplicació del pas 2.1 per agregar les valoracions dels tres experts sobre l'adequació de les alternatives A2 i A3 al criteri C3.

$${}^{0.4}f_3^* = \min ({}^{0.4}f_{i3}) = \min (4.433, 3.067, 4.4) = 3.067 \quad (5.6)$$

Que el valor ideal i anti-ideal corresponguin, per tot grau de pertinença α , a una mateixa alternativa, A1 i A2, respectivament, està condicionat a les dades inicials del problema. És, doncs, possible que, conforme variï α , l'alternativa que proporciona el valor ideal o l'anti-ideal canviï.

En tercer lloc, es troba la distància normalitzada de cada alternativa al valor ideal del criteri C3 per cada grau de pertinença (Figura 5.3b) conforme es detalla en el pas 3.1. Per il·lustrar aquest pas, es mostra el càlcul de la normalització de l'avaluació de l'alternativa A1 sobre el criteri C3 per l'interval 0.4-cut (5.7):

$${}^{0.4}dn_{13} = \frac{{}^{0.4}F_3^* - {}^{0.4}f_{13}}{{}^{0.4}F_3^* - {}^{0.4}f_3^*} = \frac{[6.167, 6.167] - [4.433, 6.167]}{6.167 - 3.067} = [0, 0.559] \quad (5.7)$$

En fer-ho, es verifiquen les reflexions anunciades en el pas 3.1:

- La distància mínima a la qual està la millor alternativa (A1) de l'ideal és sempre nul·la.
- La distància màxima a la qual està la pitjor alternativa (A3) de l'ideal és sempre la unitat.

S'observa també que una major incertesa en l'avaluació d'una alternativa provoca que la distància normalitzada d'aquesta alternativa a l'ideal pugui prendre valors grans. Aquest fet s'aprecia si es comparen les avaluacions de les alternatives A1 i A3 pel criteri C3. Malgrat ser l'alternativa A1 millor, ja que defineix el valor ideal per aquest criteri, la major incertesa en la seva avaluació fa que valors pitjors de distància formin part del conjunt normalitzat. En termes probabilístics, es pot afirmar que la probabilitat que l'alternativa A1 sigui millor respecte A3 disminueix conforme augmenta la incertesa amb la qual ha estat avaluada. La validesa d'aquesta sentència serà examinada amb major profunditat en l'apartat 5.5.

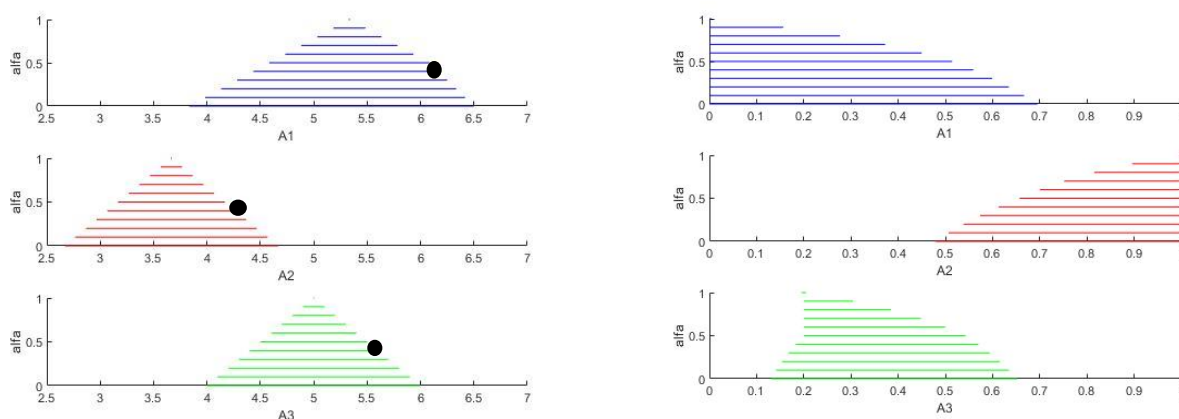


Figura 5.3. Representació de les avaluacions de les tres alternatives segons C3 (a) i normalització (b)

5.4. Resultats de la programació compromís difusa i Interpretació

Seguidament, s'apliquen els passos 3.2 i 3.3 per trobar els nombres difusos associats a la distància ponderada de cada alternativa a la solució ideal ${}^{\alpha}L_i$. Per il·lustrar l'aplicació d'aquests passos, en primer lloc, es mostren els càlculs de la distància de l'alternativa A1 a la solució ideal per les mètriques $p=1$ i $p=\infty$ per l'interval 0.4-cut (equacions 5.8 i 5.9). Al fer-ho, i per no presentar fórmules excessivament extenses, es substitueix l'expressió de la normalització de l'equació 5.1 pel terme ${}^{\alpha}dn_{ij}$, ja presentat com equivalent. Els valors presents a les equacions 5.8 i 5.9 surten de l'aplicació també

dels passos 1.1 i 1.2 pel càlcul dels pesos dels criteris C2 i C3 i dels passos 2.1 i 2.2 pel càlcul de la distància normalitzada de l'alternativa A1 als criteris C1 i C2.

$$\begin{aligned}
 {}^{0.4}L_{1,1} &= \left[\sum_{j=1}^n ({}^{0.4}W_j)^1 \cdot ({}^{0.4}dn_{1j})^1 \right]^{1/1} \\
 &= [0.14, 0.26] \cdot [0, 0.39] + [0.28, 0.37] \cdot [0.54, 0.81] + [0.43, 0.52] \cdot [0, 0.56] \\
 &= [0.15, 0.69]
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

$$\begin{aligned}
 {}^{0.4}L_{1,\infty} &= \left[\sum_{j=1}^n ({}^{0.4}W_j)^\infty \cdot ({}^{0.4}dn_{1j})^\infty \right]^{1/\infty} \\
 &= \max([0.14, 0.26] \cdot [0, 0.39], [0.28, 0.37] \cdot [0.54, 0.81], [0.43, 0.52] \cdot [0, 0.56]) \\
 &= [0.15, 0.30]
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Finalment, s'il·lustra el pas 3.3 també per l'alternativa A1 i l'interval 0.4-cut (5.10):

$${}^{0.4}L_1 = \frac{{}^{0.4}L_{1,1} + {}^{0.4}L_{1,\infty}}{2} = \frac{[0.153, 0.689] + [0.153, 0.297]}{2} = [0.153, 0.493] \tag{5.10}$$

Els nombres difusos es mostren de forma compacta, $\tilde{L}_i$, enlloc de a partir dels seus intervals α -cut, per tal de facilitar la interpretació dels resultats (Figura 5.4).

Com s'ha mencionat en la descripció de la metodologia, és molt recomanable comparar l'anàlisi determinista, inclòs en el tall corresponent a $\alpha=1$, amb l'anàlisi difús, que inclou tots els graus de pertinença. En aquest exemple, aquestes dues anàlisis no ofereixen la mateixa classificació d'alternatives. Per l'anàlisi determinista l'ordenació, de millor a menor alternativa, és: A1-A3-A2, mentre que per l'anàlisi difús l'ordenació és: A3-A1-A2. Aquesta ordenació per l'anàlisi difusa, que s'intueix per l'observació de la Figura 6.4, es corroborarà tot seguit amb les opcions interpretatives que s'han exposat en l'apartat 5.3. El motiu d'aquesta diferència rau en la major incertesa amb la qual els experts han avaluat l'alternativa A1, en comparació amb la A3. L'alternativa A1 ofereix més interrogants que l'alternativa A3, cosa que provoca una valoració més incerta per part dels experts i un empitjorament de la seva classificació.

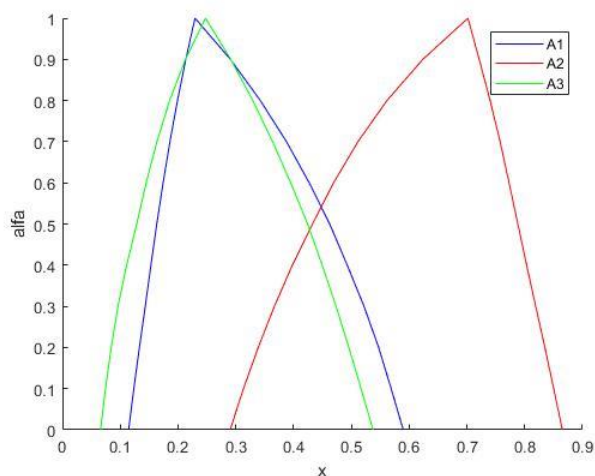


Figura 5.4. Resultats de la distància $\tilde{L}_i$ per cada alternativa

Com s'ha mencionat en la descripció de la metodologia, és molt recomanable comparar l'anàlisi determinista, inclòs en el tall corresponent a $\alpha=1$, amb l'anàlisi difús, que inclou tots els graus de pertinença. En aquest exemple, aquestes dues anàlisis no ofereixen la mateixa classificació d'alternatives. Per l'anàlisi determinista l'ordenació, de millor a menor alternativa, és: A1-A3-A2, mentre que per l'anàlisi difús l'ordenació és: A3-A1-A2. Aquesta ordenació per l'anàlisi difusa, que s'intueix per l'observació de la Figura 5.4, es corroborarà tot seguit amb les opcions interpretatives que s'han exposat en l'apartat 5.3. El motiu d'aquesta diferència rau en la major incertesa amb la qual els experts han avaluat l'alternativa A1, en comparació amb la A3. L'alternativa A1 ofereix més interrogants que l'alternativa A3, cosa que provoca una valoració més incerta per part dels experts i un empitjorament de la seva classificació.

La interpretació en termes deterministes dels nombres difusos confirma l'ordenació esperable de les alternatives en l'anàlisi difusa. Si s'aplica l'equació 4.9 en condicions neutres s'obtenen les distàncies representatives de cada alternativa avaluada incertament a la solució ideal de la programació compromís (Taula 5.5). Les condicions neutres són aquelles en què s'assigna el mateix pes a tots els graus de pertinença i es ponderen també per igual la part esquerra i dreta del nombre difús. Al voler minimitzar aquesta distància a la solució ideal de la programació compromís, es confirma que l'ordre que proporciona l'anàlisi difusa és: A3-A1-A2.

	A1	A2	A3
Distància (L)	0.3057	0.6189	0.2744

Taula 5.5. Distància representativa de cada alternativa avaluada amb incertesa a la programació compromís (L)

La interpretació en termes probabilístics amplia la informació obtinguda fins al moment. Aplicant l'equació 4.10 no només es poden classificar les alternatives, sinó que es pot determinar la probabilitat

que una alternativa sigui millor que una altra (Taula 5.4). Naturalment, es compleix que la suma d'una probabilitat i la seva recíproca és igual a la unitat (equació 5.11).

$$P(A_i < A_j) + P(A_j < A_i) = 1 \quad (5.11)$$

Els resultats de la Taula 5.6 confirmen l'ordenació de les alternatives obtinguda anteriorment. A més, aquesta interpretació ofereix la possibilitat de seleccionar alternatives en base a un valor llindar de probabilitat, fet que pot ser d'utilitat en problemes on apareguin moltes alternatives. Es podria, doncs, descartar alternatives amb una probabilitat de ser millors que l'alternativa més pròxima a l'ideal inferior a un valor llindar.

$P(A_i < A_j)$	A1	A2	A3
A1	-	0.9533	0.4558
A2	0.0467	-	0.0276
A3	0.5442	0.9724	-

Taula 5.6. Resultat de l'anàlisi probabilístic de comparació d'alternatives

5.5. Anàlisi de variants en les dades de partida

La finalitat d'aquest apartat és analitzar les conseqüències d'uns canvis en la incertesa de les avaluacions tant d'alternatives com de criteris en la classificació de les alternatives. Per tant, es pretén demostrar la coherència de la metodologia exposada i comprendre plenament el seu funcionament. En primer lloc, s'analitzarà l'efecte d'un augment de la incertesa per part dels experts en l'avaluació d'una alternativa i , en segon lloc, s'analitzarà l'efecte d'un augment de la incertesa en la valoració de la importància d'un criteri.

Es descarta analitzar canvis en la valoració pròpiament dita, no en la seguretat, de les alternatives i els criteris perquè se'n deriven resultats evidents. Si la valoració d'una alternativa segons un criteri és millor, això té un efecte positiu en la classificació d'aquesta alternativa. Si s'augmenta el pes d'un criteri, es potencien les alternatives que millor puntuen en aquest criteri. En canvi, resultats menys evidents són d'esperar quan es modifica la seguretat en la resposta d'un expert. Els següents punts tenen l'objectiu de clarificar aquests efectes.

5.5.1. Augment de la incertesa en l'avaluació de l'alternativa A1 segons el criteri C2

A la Taula 5.7 es mostra el canvi, respecte a les dades de partida, en el reconeixement de la seguretat de la resposta dels experts D2 i D3 en l'avaluació de l'alternativa A1 segons el criteri C2.

Criteri	Expert	A1			
		Valoració de l'adequació (dada de partida)	Seguretat en la resposta (dada de partida)	Valoració de l'adequació (variant)	Seguretat en la resposta (variant)
C2	D1	1.5	G	1.5	G
	D2	6	M	6	G
	D3	8	B	8	G

Taula 5.7. Canvi en la incertesa de l'avaluació de A1 sobre C2

La variant considerada comporta un augment del suport del nombre difús corresponent a la distància de l'alternativa A1: $\tilde{L}_1$ (Figura 5.5). La comparació de les Figures 5.4 i 5.5 permet veure que el nou nombre difús inclou tan valors més petits com més grans de distància, però en conjunt la tendència és a abraçar valors pitjors. Aquesta conclusió qualitativa es veu comprovada per la interpretació determinista dels resultats (Taula 5.8), ja que el valor representatiu de la distància de l'alternativa A1 respecte l'ideal ha augmentat respecte a l'obtingut en l'anàlisi amb les dades de partida (Taula 5.5).

La interpretació en termes probabilístics (Taula 5.8), en canvi, no és del tot clara. Si bé la probabilitat que A1 sigui millor que A2 ha disminuït respecte la situació de partida (Taula 5.6), fet que va en consonància amb la interpretació determinista dels resultats de la variant, la probabilitat que A1 sigui millor que A3 ha augmentat. Analitzant el nombre difús de l'alternativa A1 interval a interval per cada grau de pertinença, l'augment en el límit superior és major que la disminució en el límit inferior, fet que altre cop recolza la conclusió extreta de la interpretació determinista. Per tant, es conclou que un augment de la incertesa en l'avaluació d'una alternativa suposa un empitjorament d'aquesta alternativa.

Per poder qualificar la metodologia de coherent, es ressalten dos resultats que s'havien de donar:

- L'anàlisi determinista, únicament pel grau de pertinença igual a la unitat, no s'ha modificat.
- Els valors representatius de la distància de les alternatives A2 i A3 ($\tilde{L}_2$ i $\tilde{L}_3$) no s'han modificat. Tampoc ho ha fet la probabilitat comparada de les alternatives A2 i A3.

Es comprova així que un canvi en la seguretat de les avaluacions d'una alternativa només afecta a l'alternativa en qüestió i, a més, no té efectes en l'anàlisi determinista, ja que la valoració determinista de l'alternativa no ha canviat; només ho ha fet la incertesa associada.

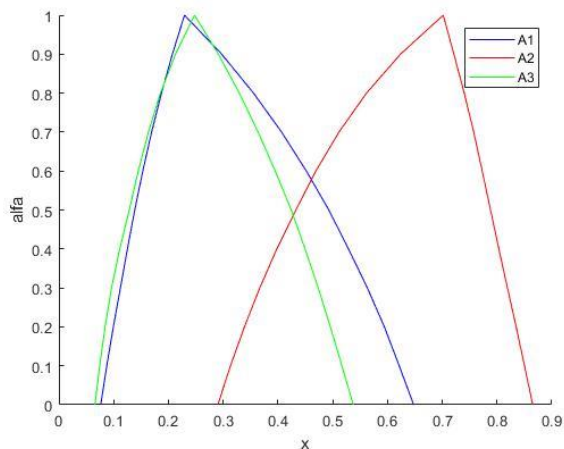


Figura 5.5. Resultats de la distància $\tilde{L}_i$ per cada alternativa amb la primera variant

$P(A_i < A_j)$	A1	A2	A3
A1	-	0.9405	0.4578
A2	0.0595	-	0.0276
A3	0.5422	0.9724	-

distància (L)	0.3093	0.6189	0.2744
-------------------	--------	--------	--------

Taula 5.6. Resultats de la interpretació probabilística (superior) i determinista (inferior) dels resultats amb la primera variant

5.5.2. Augment de la incertesa en la valoració de la importància del criteri C1

A la Taula 5.9 es mostra el canvi, respecte a les dades de partida, en el reconeixement de la seguretat de la resposta dels experts D1 i D2 en la valoració de la importància del criteri C1.

Criteri	Expert	Valoració de la importància (dada de partida)	Seguretat en la resposta (dada de partida)	Valoració de la importància (variant)	Seguretat en la resposta (variant)
C1	D1	4	P	4	G
	D2	5	P	5	G
	D3	1.5	G	1.5	G

Taula 5.9. Canvi en la incertesa de la valoració de la importància de C1

Contràriament a la variant primera i com era d'esperar, augmentar la incertesa amb la qual es valora la importància d'un criteri afecta negativament a totes les alternatives. Per això, tots les distàncies representatives de cada alternativa a la situació ideal (Taula 5.10) han augmentat respecte a l'anàlisi de referència amb les dades de partida (Taula 5.5). Tanmateix, l'afectació no és la mateixa per totes les alternatives. L'augment de la incertesa en la valoració d'un criteri perjudica en major mesura a les alternatives que estan valorades de forma més incerta en aquest criteri. D'aquesta manera, davant d'un criteri definit de forma poc clara, l'avaluació d'una alternativa segons el criteri ha de ser molt precisa. Si no ho és, a la seva pròpia incertesa s'afegeix la incertesa del criteri, empitjorant la classificació global de l'alternativa. Així, i malgrat que A3 segueix sent qualificada com la millor alternativa, la probabilitat que sigui millor que A1 s'ha reduït perquè la seva valoració segons C1 és més incerta que la de A1.

Es torna a destacar que l'anàlisi determinista, corresponent al grau de pertinença més alt, és immune a tots els canvis en la incertesa de les respostes. L'anàlisi determinista queda, doncs, determinat exclusivament per les valoracions deterministes de la importància dels criteris i de les avaluacions de les alternatives.

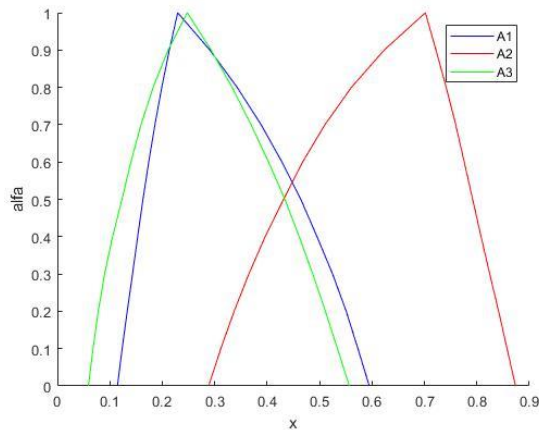


Figura 5.7. Resultats de la distància $\tilde{L}_i$ per cada alternativa amb la segona variant

$P(A_i < A_j)$	A1	A2	A3
A1	-	0.9521	0.4618
A2	0.0479	-	0.0314
A3	0.5382	0.9686	-

distància (L)	0.3067	0.6201	0.2769
---------------	--------	--------	--------

Taula 5.10. Resultats de la interpretació probabilística (superior) i determinista (inferior) dels resultats amb la segona variant

6. Descripció del problema d'estudi

La consideració de la incertesa és especialment important en problemes on el temps disponible i l'experiència dels experts consultats és limitada. Aquest és el cas de problemes de disseny de sistemes d'electrificació rural en països en desenvolupament. Considerant la incertesa, és pretén minimitzar el risc de seleccionar de forma precipitada una alternativa com la millor si realment no ho és.

L'objectiu d'aquest capítol és presentar el problema d'estudi per tal que s'entengui la validació de la metodologia que es troba en el capítol 7. El capítol s'estructura en quatre apartats. En primer lloc (6.1), es contextualitza el problema d'electrificació de zones rurals. En segon lloc (6.2), es descriuen tècnicament els sistemes. En tercer lloc (6.3), s'analitza la metodologia de disseny per configurar aquests sistemes. Per últim (6.4), s'identifiquen les diferents fonts d'incertesa presents en el problema de disseny.

6.1. Context

Actualment, al voltant d'1,1 bilions de persones no tenen accés a l'electricitat [World Energy Outlook, 2017]. Aquesta falta afecta especialment a àrees rurals de països en vies de desenvolupament. La baixa densitat de població d'aquestes àrees dificulta la viabilitat de l'extensió de la xarxa elèctrica del país fins a les zones rurals. En aquest context, els sistemes de generació d'energia autònoms són una opció cada vegada més utilitzada.

Les 4 tecnologies més emprades per la generació d'energia en sistemes autònoms són: dièsel, hidràulica, solar i eòlica. La tecnologia dièsel consta de motors que generen electricitat mitjançant la combustió del dièsel. La tecnologia hidràulica aprofita el cabal i el salt d'aigua d'un riu per generar electricitat en una microcentral hidroelèctrica. La tecnologia solar aprofita la radiació solar a través de panells solars fotovoltaics i la tecnologia eòlica aprofita el vent a través d'aerogeneradors per produir electricitat. Cada tecnologia té avantatges i inconvenients que aconsellen i desaconsellen la seva utilització. Concretament, es tendeix a evitar el dièsel per la seva menor sostenibilitat i els elevats costos de transport del combustible que suposa. Per altra banda, en comunitats que es troben allunyades de rius no és possible utilitzar la tecnologia hidràulica. En aquests casos, es considera un sistema híbrid format per la tecnologia solar i l'eòlica [Domenech et al., 2015]. Aquest tipus de sistemes són cada cop més utilitzats [Deshmukh & Deshmukh, 2008] i permeten assolir els avantatges d'ambdues tecnologies i una fiabilitat conjunta major [Zhou et al., 2010; Amador & Domínguez, 2005].

Degut a l'habitual dispersió de les cases en les comunitats rurals, habitualment s'implementen sistemes individuals [Ferrer-Martí et al., 2012], que consisteixen en un aerogenerador i/o algun panell

solar que genera electricitat únicament per un sol punt de consum. Tanmateix, la unió de diversos punts de consum per mitjà de conductors elèctrics en forma de microxarxes permet aprofitar els efectes de les economies d'escala al subministrar energia elèctrica a diversos punts de consum a partir d'un únic punt de generació. A més, les microxarxes ofereixen beneficis socioeconòmics addicionals per les comunitats [Kirubi et al., 2009], com una major equitat en el consum entre usuaris i la possibilitat d'incrementar puntualment l'energia en els punts de consum. No obstant, el projecte es pot encarir si s'opta per una excessiva extensió de les microxarxes, ja que s'haurà de transportar l'energia llargues distàncies. Per això, recentment es tendeix a implementar sistemes mixtos que combinen microxarxes i sistemes individuals pels punts més aïllats de la comunitat [Lambert & Hittle, 2000; Ferrer-Martí et al. 2011b], tot i que aquesta combinació demana una major complexitat de disseny.

L'aspecte econòmic no és, tanmateix, l'únic criteri a considerar en aquest tipus de problemes. Si els projectes no satisfan les expectatives dels usuaris, es pot crear un desencís en la tecnologia o poden aparèixer conflictes dins la comunitat que condicionin la viabilitat del projecte. De fet, els aspectes socials s'han identificat com un factor clau per assegurar la sostenibilitat dels projectes a mig-llarg termini [Müggenburg et al., 2012; Baldwin et al., 2015]. Recentment, s'han desenvolupat iniciatives enfocades a incorporar tant promotors del projecte com usuaris finals en els processos de decisió per configurar el sistema d'electrificació i per operar-lo i mantenir-lo un cop implantat. D'aquesta manera, s'augmenta el compromís de tots els usuaris, convertint-los en participants actius en comptes de beneficiaris passius del servei [Ubilla et al., 2014; Lillo et al., 2015b].

6.2. Descripció tècnica dels sistemes d'electrificació

La Figura 6.1 mostra l'estructura d'un sistema d'electrificació típic i representa el flux d'energia a través de fletxes [Domenech et al. 2015]. L'energia es produeix en els equips de generació situats a l'esquerra (aerogeneradors o panells fotovoltaics). Com que els recursos utilitzats per la generació d'energia varien al llarg del temps, pot haver-hi un desfasament entre l'instant en què es genera l'energia i l'instant en què es vol consumir. Per això, cal emmagatzemar-la en bateries. Prèviament a aquest emmagatzematge, l'energia passa pels corresponents reguladors (l'eòlic no es representa perquè s'assumeix intern), que protegeixen les bateries de sobrecàrregues i descàrregues profundes. Al seu torn, la distribució de l'energia cap als punts de consum requereix d'una transformació prèvia en els inversors de corrent continu (DC), com s'emmagatzema en les bateries, a corrent altern (AC), com es consumeix a les llars. Aquesta distribució es representa en format de microxarxa, ja que a partir d'un punt de generació i consum es transporta l'energia cap a altres punts de només consum. Cada punt pot tenir instal·lat un mesurador, que permet saber el consum elèctric acumulat en el punt de consum. Un sistema individual, en canvi, modificaria l'esquema de la Figura 1 suprimint les ramificacions corresponents al transport de l'energia cap a altres punts de consum.

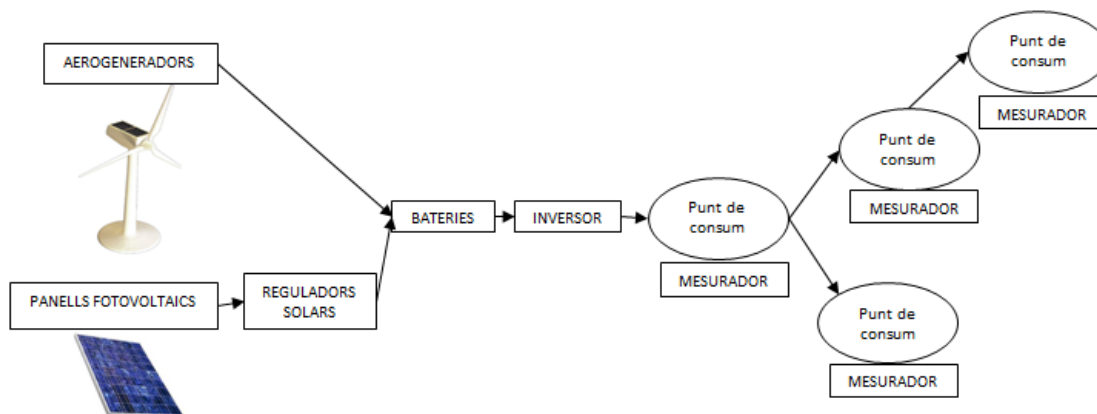


Figura 6.1 Components i estructura típica d'un sistema d'electrificació (ref. Domenech et al. [2015]).

El sistema elèctric es defineix a partir dels components que s'observen a la Figura 6.1. Llavors, per dissenyar un projecte d'electrificació és necessari decidir en quins punts de consum s'instal·len els equips de generació, així com la seva dimensió i la tecnologia de generació d'energia que utilitzen (eòlica i/o solar). També s'ha de decidir quins punts s'agrupen en microxarxes elèctriques i quins disposen de sistemes de generació individual. Aquestes decisions s'han de prendre tenint en compte les diferents restriccions i criteris tècnics i socials. El següent apartat pretén mostrar l'estructura de la presa de decisions per configurar el sistema d'electrificació atenent als criteris que es volen considerar.

6.3. Metodologia de disseny de sistemes d'electrificació en zones rurals

Atenent a les variables de decisió acabades d'exposar, es poden contemplar diferents alternatives d'electrificació, cadascuna de les quals difereixi en la ubicació dels equips de generació, en la tecnologia emprada per produir l'energia o en l'extensió de les microxarxes. L'impacte més evident d'aquestes diferències és en el cost del projecte. Tanmateix, analitzar exclusivament les diferències en termes de cost és insuficient, ja que s'estarien obviat aspectes beneficiosos per la comunitat que podrien compensar un increment del cost. Cal, doncs, definir més criteris.

A Domenech et al. [2015] es defineixen 14 criteris i 28 sub-criteris agrupats en dues categories principals: tècnics i socials. Els criteris tècnics incorporen aspectes com la inversió inicial del projecte, la satisfacció de la demanda d'energia de les comunitats o la continuïtat del recurs. Per la seva banda, els criteris socials pretenen analitzar en quina mesura el sistema d'electrificació contribueix a la resolució de conflictes en la comunitat, a la equitat en el subministrament entre usuaris i a la intensificació d'activitats productives, entre altres.

Tanmateix, prendre decisions en base a 28 subcriteris pot ser confús i poc pràctic. A més, hi ha criteris, com la satisfacció de la demanda d'energia, que determinen de forma substancial el disseny del

sistema d'electrificació. En canvi, altres com la continuïtat del recurs es poden complir senzillament augmentant el nombre d'equips de generació per seguir subministrant part de l'energia si algun equip falla, per exemple. Per aquestes raons, Domenech et al. [2015] proposa una estructura en tres nivells de decisió que progressivament van definint la configuració final del sistema d'electrificació. En tots els nivells es contraposa el cost, que es desitja minimitzar, amb un benefici per la comunitat, que es desitja maximitzar. Aquests beneficis i l'estructura de nivells es concreten de la següent manera:

En el primer nivell es cerca l'equilibri entre el cost i la demanda d'electricitat de la comunitat. Entre altres consideracions, aquesta demanda ve determinada per la quantitat d'electrodomèstics de què disposen els punts de consum, així com de l'existència d'activitats productives o centres de salut amb uns equipaments i unes necessitats especials. Per tant, satisfer aquesta demanda té una gran afectació en el disseny del sistema d'electrificació. Es tracta, doncs, de decisions estratègiques d'alt nivell que configuren una primera selecció de punts de generació (eòlica i/o solar) i una proposta de distribució de l'energia a través de microxarxes i/o amb punts individuals.

En el segon nivell es cerca l'equilibri entre el cost i la facilitat de gestió del sistema. Es desitja que el sistema sigui fàcil de gestionar i minimitzi l'aparició de conflictes en la comunitat. Per exemple, implementar massa microxarxes de mides diferents en una mateixa comunitat pot resultar en un sistema caòtic de difícil gestió. Per això, es recomanable evitar projectes d'electrificació amb moltes microxarxes petites. Per una altra banda, instal·lar mesuradors del consum elèctric en més punts pot conduir a una major adequació de la tarifa al consum, contribuint a una sensació d'equitat en el preu de l'electricitat. Es tracten, doncs, de decisions tàctiques de nivell mig que es limiten a canvis de l'ordre d'estendre una microxarxa a un punt de consum més o d'eliminar una microxarxa de dimensió petita.

En el tercer nivell es cerca l'equilibri entre el cost i la continuïtat en el subministrament. Es desitja que el sistema produeixi energia amb les menors interrupcions possibles. Per aconseguir-ho, s'estudia principalment la possibilitat d'augmentar tant la continuïtat en la producció d'energia elèctrica (prioritzant el recurs solar davant l'eòlic) com la fiabilitat dels equips de generació (procurant que hi hagi més d'un equip de generació en cada punt de generació per seguir subministrant part de l'energia en cas de fallada d'un equip). Es tracta, doncs, de decisions operacionals de baix nivell que tenen petites afectacions en els dissenys dels sistemes.

A cadascun dels tres nivells, es produeix un doble procés: primer es genera un conjunt d'alternatives i després es selecciona la més adient. Aquest procediment pretén ser interactiu i afavorir la participació dels encarregats del projecte i els propis beneficiaris. Així, per generar les alternatives, s'utilitza un model matemàtic que minimitza el cost del projecte tot complint les restriccions tècniques i socials donades. Per exemple, en el primer nivell es pot generar un conjunt d'alternatives amb increments progressius de la demanda subministrada i, en conseqüència, del cost. Un cop generades, és necessari seleccionar la millor trobant un equilibri entre, per l'exemple del primer nivell, el cost del projecte i la demanda subministrada. Això es fa mitjançant un procés de selecció multicriteri, tenint en compte les preferències dels promotors del projecte i dels beneficiaris. Com s'ha explicat en el capítol

2, aquest procés de selecció multicriteri inclou les etapes de ponderació de criteris i de valoració del compliment dels criteris per part de les alternatives. Les conclusions d'aquestes etapes, no obstant, poden no ser evidents degut als diferents punts de vista de les persones que ho analitzen. Així, és habitual en aquest tipus de processos que siguin experts en l'àmbit de l'electrificació rural qui ponderin els criteris i qui avaluïn les alternatives segons els diferents criteris.

6.4. Un problema amb incertesa

El disseny de sistemes d'electrificació de zones rurals és un problema amb dues fonts principals d'incertesa. La primera és inherent al problema i la segona és conseqüència del procés de presa de decisions per acabar seleccionant l'alternativa més adequada. Aquestes dues fonts d'incertesa es concreten de la següent manera:

1. Incertesa inherent al problema

Per generar les alternatives de disseny del sistema d'electrificació, és necessari predir la demanda que té cada punt de la comunitat. Aquesta predicció no només cerca determinar el consum actual que requereix la comunitat, sinó també possibilitar una intensificació del consum i de les activitats productives gràcies a un augment del subministrament d'electricitat. Per tant, no és possible saber quina quantitat d'energia necessiten les comunitats de forma precisa.

2. Incertesa en la presa de decisions

Aquest tipus d'incertesa ja ha estat introduïda en el capítol 2. D'una banda, cada nivell de decisió té associats uns criteris que s'han de ponderar. Aquesta ponderació es realitza a través de la percepció de la importància dels criteris que tenen diferents experts. En el primer nivell, per exemple, un expert pot creure que s'ha de prioritzar el cost davant la demanda, amb l'objectiu d'ajustar el projecte al pressupost que s'hagi definit, mentre que un altre expert pot desitjar potenciar en major mesura el desenvolupament econòmic de la regió i, en conseqüència, prioritza el subministrament d'una major quantitat d'energia. Tota percepció és, però, subjectiva i, per tant, subjecte a incertesa.

D'altra banda, per tal de seleccionar l'alternativa més adequada, cal avaluar el compliment dels criteris per part de les alternatives. Per apreciar la incertesa en aquesta darrera tasca, es formula el següent exemple:

En el criteri "Demanda" del primer nivell de decisió, es pot definir un indicador que avaluï el "Subministrament d'energia a cada punt de la comunitat". Tanmateix, per avaluar aquest indicador, un expert podria examinar una alternativa mirant l'energia mitja que se subministra a tots els punts. Si aquest subministrament mig és acceptable pels requeriments d'electricitat que té la comunitat,

l'avaluació d'aquesta alternativa per aquest criteri seria bona. En canvi, un altre expert podria mirar el punt de la comunitat que gaudeix d'un subministrament d'energia més baix. Podria resultar que l'alternativa en qüestió presenta un subministrament mig acceptable perquè hi ha punts de la comunitat amb un subministrament d'energia molt alt i altres amb un de molt baix. Llavors, aquesta persona podria concloure que el compliment del criteri per part de l'alternativa és dolent perquè el subministrament no està equilibrat. Es conclou, doncs, que l'avaluació dels criteris per part de les alternatives pot no ser unívoca i pot estar subjecte a la interpretació de la persona que avalua. Per tant, aquesta tasca està rodejada també d'una certa incertesa.

Es conclou, doncs, que la proposta metodològica presentada en el capítol 4 i il·lustrada en el capítol 5 és d'aplicació per modelitzar la incertesa inherent al procés de presa de decisions d'aquest cas d'estudi.

7. Validació de la metodologia a la comunitat de Alto Perú

En els capítols 4 i 5, s'ha presentat una metodologia per modelitzar la incertesa inherent en els problemes de presa de decisions multicriteri i s'ha mostrat la seva utilització en un cas d'exemple de petites dimensions. Amb aquesta il·lustració s'ha pogut observar la coherència de la metodologia a l'hora de valorar la influència de la incertesa en les valoracions dels experts. A més, a l'englobar l'anàlisi determinista com un cas particular de l'anàlisi global, s'han presentat unes possibilitats addicionals per interpretar els resultats. En el capítol 6, per la seva banda, s'han introduït els projectes d'electrificació rural com uns problemes que incorporen processos de presa de decisions subjectes a les incerteses que han estat estudiades al llarg del treball. Així, aquest capítol pretén validar la metodologia mitjançant la seva aplicació en un cas real de disseny d'un sistema d'electrificació amb les característiques acabades d'exposar. Pel que fa a la metodologia de presa de decisions exposada a l'apartat 6.2, l'aplicació es centra en els dos primers nivells de decisió.

Com a cas real, s'escull la comunitat de Alto Perú, ubicada en la regió de Cajamarca, Perú. Aquesta comunitat ja ha estat electrificada amb una combinació de diferents fonts d'energia i sistemes individuals i microxarxes, amb un disseny basat en de l'aplicació de la programació compromís discreta sense incertesa [Domenech et al. 2015]. Per tant, els resultats que s'obtinguin en aquest capítol es comparen amb els ja obtinguts anteriorment com a mesura de validació.

La comunitat de Alto Perú està formada per 60 famílies dispersades en una àrea de 40 km² [Ferrer-Martí et al., 2012]. El conjunt de la població és jove, al voltant del 70% tenen menys de 30 anys. A nivell econòmic, gairebé la meitat de les famílies tenen una renda insuficient per cobrir les necessitats bàsiques. La cria de bestiar és la principal activitat econòmica i la venda de llet gairebé l'única font d'ingressos. A nivell energètic, similarmet a la resta de comunitats de la regió, les principals fonts d'energia són espelmes, querosè i bateries de cotxe. En particular, a Alto Perú algunes cases gaudien de petits generadors dièsel prèviament a l'electrificació de la comunitat. La previsió d'una progressiva implantació de televisions i aparells de reproducció d'àudio a la comunitat van fer preveure una demanda de 380 Wh al dia en cada punt de consum, considerant-ne per l'estudi un total de 26. Aquest estudi es repeteix en aquest capítol incorporant la incertesa a través de la metodologia descrita.

El disseny del sistema d'electrificació de la comunitat de Alto Perú es centra en els dos primers nivells de decisió, que consideren el cost, la demanda i la facilitat de gestió del sistema pel disseny del sistema d'electrificació. Així doncs, l'estructura del capítol consta de dos apartats, un per cada nivell de decisió. Per cada apartat, es defineixen els criteris i indicadors que s'utilitzen i es segueix la següent estructura: En primer lloc, es presenten les alternatives de sistemes d'electrificació possibles generats a partir del model matemàtic recollit en Ferrer-Martí et al. [2013]. En segon lloc, es mostren les opinions dels experts consultats tant pel que fa a la valoració de la importància dels criteris com pel que fa a la valoració del compliment dels criteris per part de les alternatives, tenint en compte la incertesa en ambdós casos. Per aquestes valoracions, s'ha consultat a tres experts amb àmplies experiències en

projectes d'electrificació rurals i coneixedors de la realitat socio-cultural de la regió on s'ubica la comunitat de Alto-Perú. Finalment, s'exposen i es discuteixen els resultats obtinguts de l'aplicació de la metodologia.

7.1. Disseny del sistema d'electrificació. Primer nivell de decisió

El primer nivell de decisió contraposa el cost del sistema d'electrificació amb la demanda que aquest permet satisfer. Es pretén, doncs, cercar un equilibri entre minimitzar el cost i maximitzar els beneficis que es deriven d'un major consum elèctric. Per valorar amb més detall la demanda, Domenech et al. [2015] proposa definir tres subcriteris: Energia, Potència i Autonomia. L'energia està relacionada amb el consum elèctric que es subministra. Per la seva banda, la potència determina la diversitat d'usos que es pot donar a l'electricitat mitjançant la connexió de diferents aparells. Finalment, l'autonomia determina la quantitat de dies consecutius en què es pot subministrar energia quan la generació és insuficient.

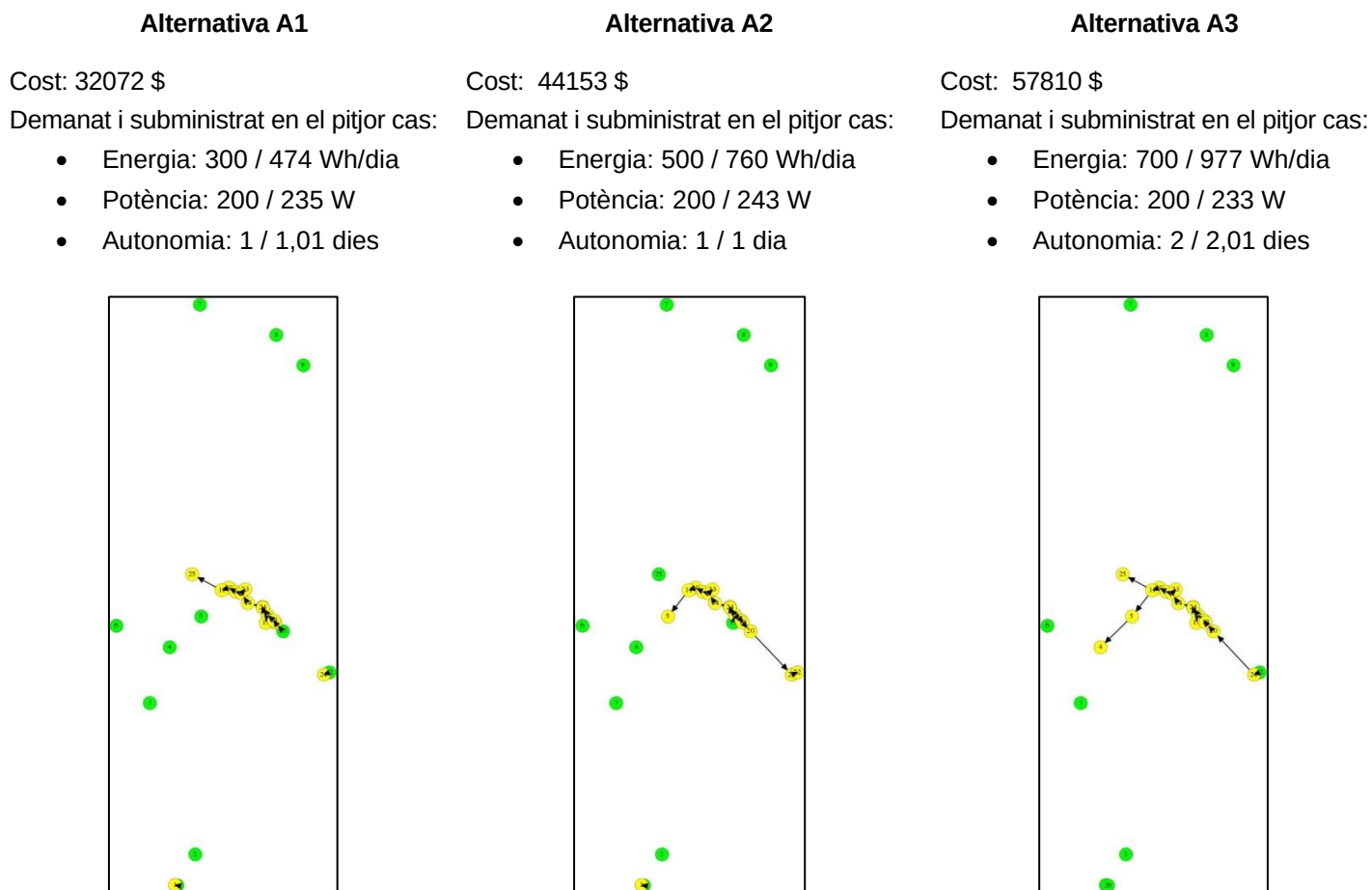
A la Taula 7.1 es recullen i es defineixen els criteris i subcriteris del primer nivell. Aquesta definició està basada en Domenech et al. [2015] però s'ha formulat de manera més genèrica per tal d'incloure diferents punts de vista que puguin tenir els experts. La mateixa definició serveix com indicador per la valoració del compliment dels criteris i subcriteris per part de les alternatives que es presenta tot seguit.

Criteris		Subcriteris		Definició: Indicadors
CF1	Cost			Cost de la solució
CF2	Demanda	CF21	Energia	Energia subministrada als punts de consum
		CF22	Potència	Diversitat i quantitat d'aparells i usos possibles
		CF23	Autonomia	Seguretat de subministrament davant fluctuacions en la generació

Taula 7.1. Definició dels criteris i subcriteris del primer nivell de decisió

7.1.1. Presentació de les alternatives

Basant-se en Domenech et al. [2015], es prenen diferents valors d'energia, potència i autonomia requerides pel sistema. Concretament, es decideix valorar tres valors d'energia: 300, 500 i 700 Wh/dia, un sol valor de potència: 200W, i dos valors d'autonomia: 1 i 2 dies. La conjunció d'aquests valors es creu significativa per representar els diferents escenaris de cost i demanda pel sistema d'electrificació. Finalment, es combinen els valors en tres alternatives, detallades a la Taula 7.2. Aquestes alternatives són les que hauran d'ésser valorades pels experts.



Taula 7.2. Alternatives del primer nivell de decisió. Es representen en verd els punts de generació, en groc els punts de microxarxa i amb una fletxa les connexions. Escala: 1cm – 1,38km

7.1.2. Recull de les valoracions dels experts

Es presenten tot seguit les opinions dels experts en aquest primer nivell de decisió. Cada expert valora, en primer lloc, la importància de cada criteri i subcriteri (Taula 7.3) i, en segon lloc, l'adequació (Adeg) de cada alternativa a cada criteri (Taula 7.4). Totes les valoracions van acompanyades de la manifestació de la seguretat en la resposta (Seg), tal com s'ha detallat en el capítol 5.

Criteri / Subcriteri		Expert	Valoració de la importància	Seguretat en la resposta
CF1	Cost	D1	8	B
		D2	8	M
		D3	9	B
CF2	Demanda	D1	9	B
		D2	10	M
		D3	10	B

CF21	Energia	D1	8	M
		D2	9	B
		D3	9	B
CF22	Potència	D1	4	B
		D2	5	P
		D3	4	P
CF23	Autonomia	D1	6	P
		D2	9	P
		D3	10	B

Taula 7.3 Valoració de la importància de cada criteri i subcriteri per part de cada expert

Indicadors		Experts	A1		A2		A3	
			Adeq.	Seg.	Adeq.	Seg.	Adeq.	Seg.
CF1	Cost de la solució	D1	9	M	6	B	3	B
		D2	10	B	5	B	0	B
		D3	10	P	7	P	3	P
CF21	Energia subministrada als punts de consum	D1	4	M	9	B	10	M
		D2	5	B	8	B	10	B
		D3	4	P	7	P	10	P
CF22	Diversitat i quantitat d'aparells i usos possibles	D1	6	B	6	B	6	B
		D2	5	B	5	B	5	B
		D3	3	P	7	P	8	P
CF23	Seguretat de subministrament davant fluctuacions en la generació	D1	4	M	4	M	8	B
		D2	0	B	0	B	10	B
		D3	2	P	2	P	5	P

Taula 7.4 Valoració de l'adequació de cada alternativa a cada criteri i subcriteri segons cada expert

7.1.3. Presentació i discussió dels resultats

L'aplicació de la metodologia descrita en el capítol 5 desemboca en els resultats que s'observen a la Figura 7.1 i a la Taula 7.5. Per interpretar-los, s'observa en primer lloc els resultats de l'anàlisi determinista, corresponent exclusivament al grau de pertinença (alfa) igual a 1. Aquesta anàlisi classifica les alternatives en el següent ordre: A2-A1-A3. Si s'analitza la totalitat dels nombres difusos mitjançant les interpretacions probabilística i determinista, es confirma aquesta ordenació. D'aquesta manera, l'alternativa més ben valorada és la solució amb valor intermedi de demanda, i per tant amb un valor intermedi també en el cost.

L'anàlisi difusa no suposa cap variació respecte l'ordenació sorgida de l'anàlisi determinista. Això és degut a que no s'aprecien diferents substancials entre les valoracions de la seguretat en les respostes

dels experts en relació a l'adequació de cada alternatives als criteris. Els experts D1 i D2 han respost amb major seguretat mentre que l'expert D3 ho ha fet amb menor, però aquesta tendència no s'altera entre alternatives. Per aquesta raó, no es produeix cap efecte.

Malgrat no introduir variacions respecte la primera ordenació, la interpretació probabilística de l'anàlisi difusa dona informació addicional útil a l'hora de seguir amb l'estructura de la presa de decisions per nivells. Com que la probabilitat que A2 sigui major a A1 i a A3 és força alta (82,72% i 78,19%, respectivament), es conclou que aquesta alternativa és significativament millor. De fet, l'anàlisi realitzat en Domenech et al. [2015] també considera aquesta alternativa com la millor de les tres. En conseqüència, es decideix prendre l'alternativa A2 pel segon nivell de decisió.

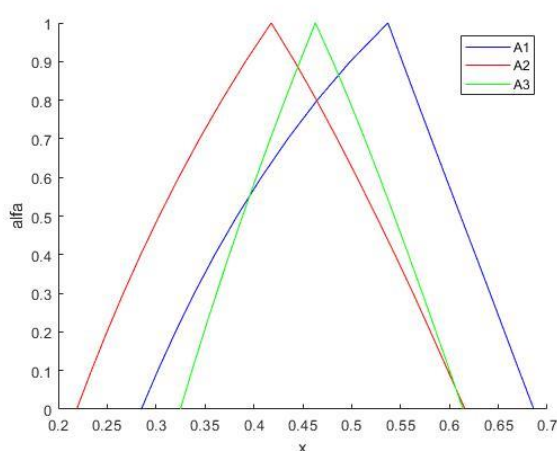


Figura 7.1. Resultats de la distància $\tilde{L}_i$ per cada alternativa en el primer nivell de decisió

$P(A_i < A_j)$	A1	A2	A3
A1	-	0.1728	0.2880
A2	0.8272	-	0.7819
A3	0.7120	0.2121	-

distància (L)	0.5016	0.4153	0.4661
-------------------	--------	--------	--------

Taula 7.5. Resultats de la interpretació probabilística (superior) i determinista (inferior) dels resultats del primer nivell

7.2. Disseny del sistema d'electrificació. Segon nivell de decisió

El segon nivell de decisió contraposa el cost del sistema d'electrificació amb la facilitat per gestionar-lo. Es pretén, doncs, cercar un equilibri entre minimitzar el cost i maximitzar la facilitat de gestió del sistema. En general, dissenys de sistemes d'electrificació que incorporin un número baix de microxarxes de mida i abast gran seran més fàcils de gestionar per la comunitat. En canvi, dissenys que contemplin moltes microxarxes de mida petita combinades amb punts individuals presentaran majors dificultats de gestió. Per valorar amb més detall aquesta facilitat de gestió Domenech et al. [2015] proposa definir quatre subcriteris: Número de microxarxes, Mida de microxarxes, Abast de microxarxes i Instal·lació de mesuradors. Pel que fa als mesuradors, aquests s'instal·len en els punts de consum connectats a una microxarxa i permeten saber el consum realitzat en aquell habitatge. D'aquesta manera, es pot adequar la tarifa elèctrica al consum de forma senzilla.

A la Taula 7.6 es recullen i es defineixen els criteris i subcriteris del segon nivell. Aquesta definició esta basada en Domenech et al. [2015] però s'ha formulat de manera més genèrica per tal d'incloure diferents punts de vista que puguin tenir els experts. Anàlogament al primer nivell, la mateixa definició serveix com indicador per la valoració del compliment dels criteris i subcriteris per part de les alternatives.

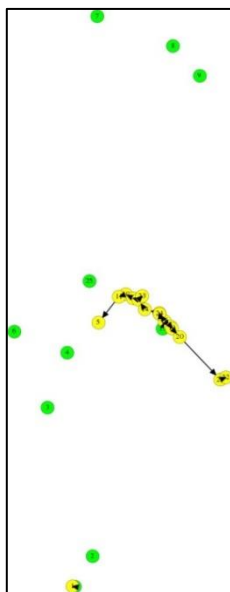
Criteris		Subcriteris		Definició: Indicators
CS1	Cost			Cost de la solució
CS2	Gestió del sistema	CS21	Número de microxarxes	Facilitat de gestió del sistema elèctric en el sí de la comunitat
		CS22	Mida de les microxarxes	Mida adient de les microxarxes
		CS23	Abast de les microxarxes	Abast que tenen les microxarxes
		CS24	Instal·lació de mesuradors	Adequació de la tarifa al consum

Taula 7.6. Definició dels criteris i subcriters del segon nivell de decisió

7.2.1. Presentació de les alternatives

A partir de l'alternativa seleccionada en el primer nivell, s'han elaborat sis noves alternatives per aquest segon nivell. Cada alternativa difereix respecte les altres en el nombre de microxarxes, en la seva mida o el seu abast, o en el nombre d'usuaris individuals (Taula 7.7). Anàlogament al primer nivell, aquestes alternatives han de ser valorades pels experts.

Alternativa A1	Alternativa A2	Alternativa A3
Cost: 32072 um	Cost: 51285 um	Cost: 53523 um
Número d'usuaris individuals: 8	Número d'usuaris individuals: 0	Número d'usuaris individuals: 0
Número de microxarxes: 2	Número de microxarxes: 4	Número de microxarxes: 1
Número d'usuaris en la menor microxarxa: 2	Número d'usuaris en la menor microxarxa: 3	Número d'usuaris en la menor microxarxa: 26
Número de medidors: 18	Número de medidors: 26	Número de medidors: 26

**Alternativa A4**

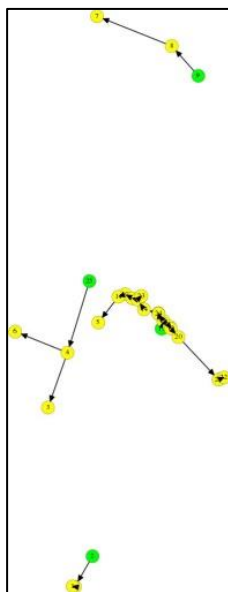
Cost: 51105 um

Número d'usuaris individuals: 0

Número de microxarxes: 2

Número d'usuaris en la menor microxarxa: 3

Número de medidors: 26

**Alternativa A5**

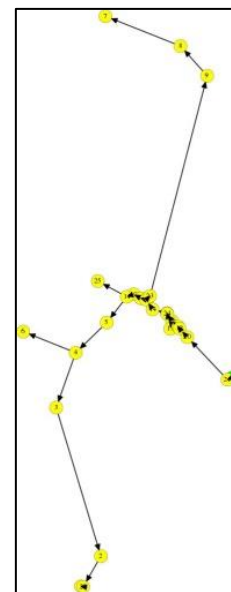
Cost: 48350

Número d'usuaris individuals: 3

Número de microxarxes: 3

Número d'usuaris en la menor microxarxa: 3

Número de medidors: 23

**Alternativa A6**

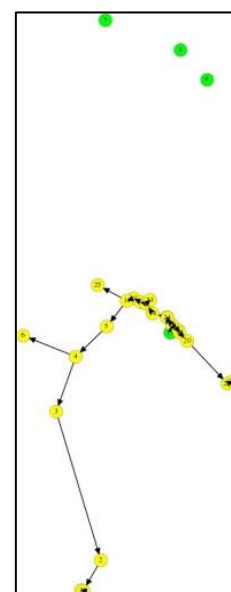
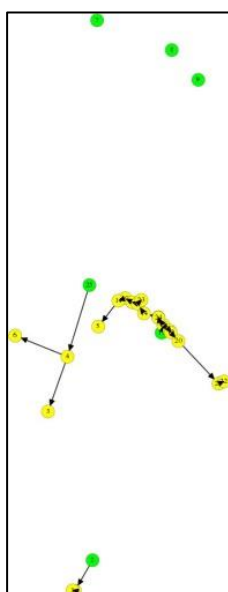
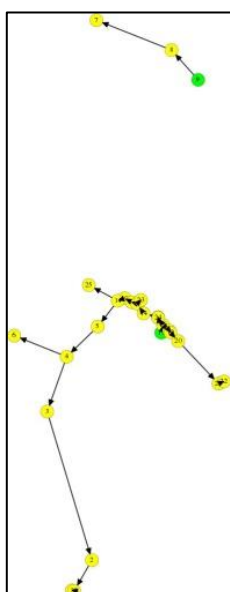
Cost: 48170

Número d'usuaris individuals: 3

Número de microxarxes: 1

Número d'usuaris en la menor microxarxa: 23

Número de medidors: 23



Taula 7.7. Alternatives del segon nivell de decisió. Es representen en verd els punts de generació, en groc els punts de microxarxa i amb una fletxa les connexions. Escala: 1cm – 1,38km

7.2.2. Recull de les valoracions dels experts

Es presenten tot seguit les opinions dels experts per aquest segon nivell de decisió. Anàlogament al primer nivell, cada expert valora, en primer lloc, la importància de cada criteri i subcriteri (Taula 7.8) i, en segon lloc, l'adequació (Adeq) de cada alternativa a cada criteri (Taula 7.9). Totes les valoracions van acompanyades de la manifestació de la seguretat en la resposta (Seg), tal com s'ha detallat en el capítol 5.

Criteri / Subcriteri		Expert	Valoració de la importància	Seguretat en la resposta
CS1	Cost	D1	8	B
		D2	7	B
		D3	9	B
CS2	Gestió del sistema	D1	9	M
		D2	10	B
		D3	6	P
CS21	Número de microxarxes	D1	9	M
		D2	4	P
		D3	7	P
CS22	Mida de les microxarxes	D1	5	G
		D2	6	P
		D3	5	P
CS23	Abast de les microxarxes	D1	7	B
		D2	8	B
		D3	4	G
CS24	Instal·lació de mesuradors	D1	9	M
		D2	2	G
		D3	7	G

Taula 7.8. Valoració de la importància de cada criteri i subcriteri per part de cada expert

Indicadors		Expert	A1		A2		A3		A4		A5		A6	
			Adeq	Seg	Adeq	Seg	Adeq	Seg	Adeq	Seg	Adeq	Seg	Adeq	Seg
CS1	Cost de la solució	D1	9	M	7	M	6	P	7	M	8	M	8	M
		D2	10	B	2	B	0	B	2	B	5	B	5	B
		D3	7	B	4	B	4	B	4	B	6	B	4	B
CS2	Facilitat de gestió del sistema elèctric en el sí de la comunitat	D1	8	M	6	B	10	M	8	P	4	B	8	P
		D2	8	B	2	B	10	B	8	B	6	B	10	B
		D3	7	P	6	P	10	B	9	P	7	P	9	B
CS21	Mida adient de les microxarxes	D1	8	M	4	B	10	M	6	P	4	B	8	M
		D2	1	B	7	B	10	B	4	B	4	B	10	B

		D3	5	P	5	B	10	B	8	P	6	P	9	B
CS22	Abast que tenen les microxarxes	D1	4	M	10	M	10	M	10	M	8	M	8	M
		D2	5	B	10	B	10	B	10	B	8	B	8	B
		D3	4	P	10	B	10	B	10	B	7	B	9	B
CS23	Adequació de la tarifa al consum	D1	4	M	10	M	10	M	10	M	8	M	8	M
		D2	5	B	10	B	10	B	10	B	8	B	8	B
		D3	6	P	10	B	10	B	10	B	8	B	9	B

Taula 7.9 Valoració de l'adequació de cada alternativa a cada criteri i subcriteri segons cada expert

7.2.3. Presentació i discussió dels resultats

Si s'aplica de nou la metodologia descrita en el capítol 5, s'obtenen els resultats que s'observen a la Figura 7.2 i a la Taula 7.10. Al fixar-se en el resultat de l'anàlisi determinista, corresponent al grau de pertinença igual a 1, l'ordenació obtinguda és la següent: A6-A1-A5-A4-A3-A2. Aquesta ordenació queda confirmada per la interpretació determinista i probabilística de l'anàlisi difusa (Taula 7.10). Es destaca, no obstant, la proximitat entre els nombres difusos corresponents a les distàncies de les alternatives A1 i A5 a la solució ideal. De fet, si es pren un punt de vista pessimista en l'aplicació de l'equació 5.8 ($\chi_2 > \chi_1$), l'alternativa A5 surt més ben valorada que l'alternativa A1.

En termes generals, classifiquen millor les alternatives amb un cost menor i amb un número de microxarxes també menor, independentment del nombre d'usuaris individuals que deixin. D'entre les alternatives millor classificades, destaca de manera notable l'alternativa A6, que contempla la creació d'una sola microxarxa per tots els punts de consum en la part mitja i baixa de la comunitat. La interpretació probabilística permet veure que la probabilitat que l'alternativa A6 sigui millor que qualsevol altra és molt elevada (superior al 83% en tots els casos). Si es comparen els resultats amb els que s'obtenen seguint la metodologia de la programació compromís discreta detallada en Domenech et al. [2015], s'arriba a la mateixa conclusió pel que fa a les quatre alternatives millor classificades.

De l'anàlisi realitzat es conclou que el disseny recollit a l'alternativa A6 és el més adequat per la comunitat de Alto Perú.

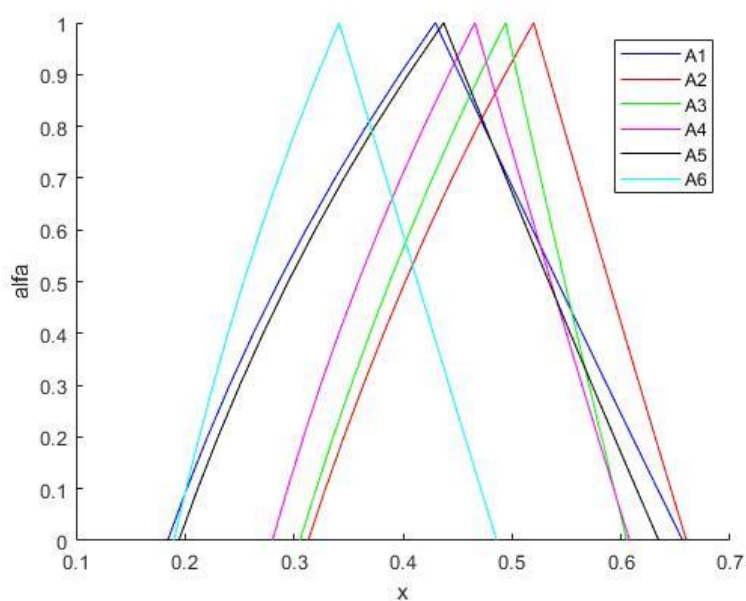


Figura 7.2. Resultats de la distància $\tilde{L}_i$ per cada alternativa en el primer segon de decisió

$P(A_i < A_j)$	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	-	0.8208	0.7933	0.7212	0.5584	0.1686
A2	0.1792	-	0.2910	0.2217	0.1698	0.0397
A3	0.2067	0.7090	-	0.3157	0.2097	0.0550
A4	0.2788	0.7783	0.6843	-	0.2847	0.0793
A5	0.4416	0.8302	0.7903	0.7153	-	0.1617
A6	0.8314	0.9603	0.9450	0.9207	0.8383	-
distància (L)	0.4175	0.4979	0.4702	0.4498	0.4180	0.3355

Taula 7.10. Resultats de la interpretació probabilística (superior) i determinista (inferior) dels resultats del segon nivell

8. Impacte sobre l'entorn

En aquest treball s'ha introduït la lògica difusa per modelitzar de forma més adequada les opinions d'experts en el marc de problemes de presa de decisions. Posteriorment, s'ha validat la metodologia dissenyada en un cas concret de disseny d'un sistema d'electrificació per una comunitat rural. Els resultats de l'estudi tenen inevitablement un impacte sobre l'entorn que es pot dividir, al seu torn, en un impacte socioeconòmic (8.1) i un impacte mediambiental (8.2).

8.1. Impacte socioeconòmic

Tot projecte té associat tant un pressupost com un rang d'actuació que defineix els afectats potencials de la seva implantació. Per tant, d'una banda és necessari avaluar l'impacte que tindrà el projecte a nivell de costos d'inversió i manteniment, amb l'objectiu de minimitzar-los. De l'altra, cal avaluar l'impacte social del projecte, amb l'objectiu de potenciar-ne els beneficis i mitigar-ne els efectes adversos. Aquestes avaluacions es realitza a través de criteris que es consideren en el procés de presa de decisions.

La pretensió general del treball és contribuir a una bona presa de decisions davant d'un projecte, o problema, plantejat. Això s'ha aconseguit d'una banda modelitzant la incertesa inherent a l'emissió d'opinions i, de l'altra, incorporant la possibilitat d'interpretar els resultats en termes probabilístics. D'aquesta manera, es dota de més eines a les persones interessades en el projecte per escollir una alternativa d'actuació que compleixi els objectius socioeconòmics que persegueix.

8.2. Impacte mediambiental

La proposta metodològica ha estat validada en un projecte de disseny d'un sistema d'electrificació per la comunitat rural de Alto Perú, situada a zona dels Andes peruans. Com s'ha explicat, aquests dissenys tenen en compte energies renovables del tipus solar i eòlica. D'aquesta manera, s'utilitzen recursos locals i s'evita el transport de piles de combustible dièsel, amb el corresponent impacte mediambiental associat. A més, la promoció de l'ús d'energies renovables davant d'altres fonts d'energia contribueix a la reducció CO₂ i altres gasos d'efecte hivernacle a l'atmosfera.

El disseny de sistemes d'electrificació que es basen en energies renovables té, no obstant, dos impactes principals sobre el medi ambient. D'una banda, cal considerar l'ocupació del sòl i l'afectació en el paisatge de la zona que suposa la instal·lació dels equips de generació d'energia. De l'altra, cal

considerar també el reciclatge dels equips instal·lats, en especial les bateries, al final de la seva vida útil. És doncs necessari establir un protocol d'actuació per extreure els components inservibles de les comunitats pel seu posterior tractament.

9. Pressupost

El treball presentat ha tingut com a objectiu el desenvolupament i la validació d'una metodologia per introduir la incertesa en la programació compromís discreta. De cara a la valoració econòmica del treball, es contemplen les hores invertides en la seva realització i l'amortització dels equips informàtics durant el temps de dedicació, així com una partida per despeses imprevistes.

Des del dilluns 18 de febrer, la dedicació ha estat a temps complert. En aquest període hi ha hagut 95 dies laborals, fet que acumula en total 760 hores invertides. Si es valoren els serveis en 25€/hora, que és un preu de referència per un enginyer junior, el preu equivalent a les hores invertides ascendeix a 19000€. Durant aquest temps, s'estima que l'amortització dels equips informàtics utilitzats és la corresponent al 8% de la seva vida útil (definida en 4 anys pel període d'obsolescència tecnològica). Com que l'equip informàtic es va comprar per 2500€, la quantificació monetària de l'amortització d'aquest període ascendeix a 200€. Finalment, es reserva un 5% sobre el total dels altres dos conceptes per possibles imprevistos que puguin sorgir.

Es resumeixen les partides descrites en la següent taula:

Descripció	Preu (€/u)	Unitats	Import (€)
Desenvolupament de la metodologia d'aplicació d'incertesa a la programació compromís discreta i validació en un cas de dimensions controlades i en un cas real.	19.000,00	1	19.000,00
Amortització dels equips informàtics	200,00	1	200,00
TOTAL			19.200,00
Despeses imprevistes	5%		960,00
Base Imposable			20.160,00
IVA	21%		4.233,60
TOTAL			24.393,60

10. Conclusions

En la presa de decisions en problemes multicriteri és habitual consultar l'opinió a experts per valorar la importància que s'ha d'atorgar als criteris i l'adequació de les diferents alternatives de solució del problema als mateixos criteris. Aquestes opinions estan subjectes a incertesa degut a la ineludible inseguretat amb la qual s'expressa una resposta i a la dificultat de quantificar numèricament la vaguetat del llenguatge.

En aquest context, s'ha desenvolupat una metodologia que incorpora la incertesa inherent als processos de presa de decisions multicriteri que es resolen mitjançant la tècnica de la programació compromís discreta. Per fer-ho, s'han analitzat les possibilitats que ofereix la lògica difusa a l'hora d'introduir la incertesa en les opinions dels experts. Posteriorment, s'ha realitzat una proposta metodològica de programació compromís discreta difusa que soluciona els problemes plantejats.

La proposta metodològica assoleix els següents resultats:

- Modelitza el grau de seguretat amb què un expert valora la importància d'un criteri o l'adequació d'una alternativa a un criteri. Això s'ha aconseguit associant, a cada resposta, nombres difusos variables en funció de la percepció de seguretat amb la qual s'emet cada resposta.
- Considera la influència del grau de seguretat en la valoració tant de la importància dels criteris com de l'adequació de les alternatives. D'aquesta manera, una alternativa sortirà perjudicada en la classificació d'alternatives si no està ben definida i resulta prou confusa per poder valorar-la de forma segura.
- Ofereix opcions interpretatives addicionals:
 - D'una banda, incorpora els resultats de l'anàlisi determinista, és a dir, sense tenir en compte el grau de seguretat en les respostes dels experts, com a cas particular de l'anàlisi difusa global. Per tant, per seleccionar la millor alternativa, es poden comparar els resultats de l'anàlisi determinista, equivalent a la programació compromís discreta sense incertesa, amb l'anàlisi difusa, considerant la incertesa. Aquesta comparació suposa una informació addicional per tal de prendre una decisió de forma raonada i justificada.
 - D'altra banda, ofereix una interpretació dels resultats en termes probabilístics. Així, es pot saber quina és la probabilitat que una alternativa sigui millor que una altra. Aquesta possibilitat pot resultar molt útil en processos de decisió que contemplin

moltes alternatives. En aquests casos, una anàlisi preliminar pot permetre descartar alternatives que no superin cert llindar de probabilitat de ser millors que l'alternativa millor classificada.

Aquesta proposta metodològica ha estat il·lustrada en un cas genèric de petites dimensions per tal d'il·lustrar el funcionament de la metodologia i presentar les possibilitats d'anàlisi i interpretatives que ofereix. Posteriorment, s'ha validat en un cas real d'un projecte d'electrificació rural en una comunitat de Perú. En el marc de projectes d'electrificació de comunitats rurals, la consideració de la incertesa en els processos de decisió resulta determinant per raonar l'elecció d'una alternativa d'electrificació que maximitzi els beneficis socials del projecte i minimitzi el cost d'inversió, que sempre és un factor limitant. Més enllà de les possibilitats de la metodologia acabades de mencionar, cal destacar que la semblança dels resultats aconseguits amb els ja assolits quan es va dissenyar el sistema d'electrificació sense considerar la incertesa validen la coherència de la proposta metodològica realitzada.

Per acabar, es proposen dos possibles temes d'investigació futura, com a extensió del present treball:

- **Format de les respostes dels experts.** La metodologia ofereix una millor aproximació de la resposta global de l'expert, ja que es considera el grau de seguretat amb el qual s'emet. Tanmateix, pot resultar difícil valorar inicialment la importància d'un criteri o l'adequació d'una alternativa a un criteri en una escala del 0 al 10. Per solucionar-ho, es podria demanar una valoració inicial qualitativa de l'ordre de: la importància d'un criteri és "molt alta" o una alternativa és "poc adequada" a un criteri.
- **Validació de la metodologia.** La metodologia ha estat validada en un únic cas real de disseny de sistemes d'electrificació en comunitats rurals. Tanmateix, per poder concloure categòricament que resulta d'utilitat en aquest tipus de projectes, caldria ampliar el nombre de casos d'aplicació. A més, la pretensió de la metodologia és que sigui d'aplicació en qualsevol problema de presa de decisions. Per tant, és necessari diversificar els casos d'aplicació en sectors diferents.

11. Referències

Afful-Dadzie E, Nabareseh S, Komínková Z. Fuzzy VIKOR approach: Evaluating quality of internet health information *Computer Science and Information Systems* (2014) 183-190.

Amador J, Dominguez J. Application of geographical information systems to rural electrification with renewable energy sources. *Renewable Energy* 30 (2005) 1897-1912.

Baldwin E, Brass JN, Carley S, Maclean LM. Electrification and rural development: issues of scale in distributed generation. *WIREs Energy and Environment* 4(2) (2015) 196-211.

Banarjee S, Roy T. Arithmetic Operations on Generalized Trapezoidal Fuzzy Number and its Applications. *An Official Journal of Turkish Fuzzy Systems Association* 3 (2012) 16-44.

Büyüközkan G, Ruan D. Evaluation of software development projects using a fuzzy multi-criteria decision approach. *Mathematics and Computers in Simulation* 77 (2008) 464–475.

Chang P, Lee E. Ranking of Fuzzy Sets based on the Concept of Existence. *Computers and Mathematics with Application* (1994) 1-21.

Deshmukh, M.K., Deshmukh, S.S. Modeling of hybrid renewable energy systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 12 (2008), 235–249.

Díaz- Balteiro L, Romero C. Sustainability of forest management plans: a discrete goal programming approach. *Journal of Environmental Management* 71 (2004) 351-359.

Domenech B, Ferrer-Martí L, Pastor R. Hierarchical methodology to optimize the design of stand-alone electrification systems for rural communities considering technical and social criteria. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 51 (2015) 182–196.

Ferrer-Martí L, Pastor R, Capó GM, Velo E. Optimizing microwind rural electrification projects. A case study in Peru. *Journal of Global Optimization* 50 (2011) 127-143.

Ferrer-Martí L, Garwood A, Chiroque J, Ramírez B, Marcelo O, Garfí M, Velo E. Evaluating and comparing three community small-scale wind electrification projects. *Renewable & Sustainable Energy Reviews* 16 (2012) 5379-5390.

Ferrer-Martí L, Domenech B, García-Villoria A, Pastor R. A MILP model to design hybrid wind–photovoltaic isolated rural electrification projects in developing countries. *European Journal of Operational Research* 226 (2013) 293-300.

Ferrer-Martí L, Ferrer I, Sánchez E, Garfí M. A multi-criteria decision support tool for the assessment of household biogas digester programmes in rural areas. A case study in Peru. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 95 (2018) 74-83.

Gani A, Assarudeen S.N. A New Operation on Triangular Fuzzy Number for Solving Fuzzy Linear Programming Problem. *Applied Mathematical Sciences* 6 (2012) 525-532

Hashimoto A, Wu DA. A DEA-compromise programming model for comprehensive ranking. *Journal of Operational Research of Japan* 47 (2004) 73-81.

Hickey T, Ju Q, van Emden M.H. Interval Arithmetic: from Principles to Implementation *Journal of the Association for Computing Machinery* 48 (2001).

IEA, International Energy Association. *World energy outlook* (2017).

Ju Y, Wang A. Extension of VIKOR method for multi-criteria group decision making problem with linguistic information. *Applied Mathematical Modelling* 37 (2013) 3112–3125.

Kaya T, Kahraman C. Multicriteria renewable energy planning using an integrated fuzzy VIKOR & AHP methodology: The case of Istanbul. *Energy* 35 (2010) 2517-2527.

Kirubi C, Jacobson A, Kammen DM, Mills A. Community-Based Electric Micro-Grids Can Contribute to Rural Development: Evidence from Kenya. *World Development* 37 (2009) 1208-1221.

Lambert TW, Hittle DC. Optimization of autonomous village electrification systems by simulated annealing. *Solar Energy*, 68 (2000) 121-132.

Lillo P, Ferrer-Martí L, Fernández-Baldor A, Boni A. A new integral management model and evaluation method to enhance sustainability of renewable energy projects for energy and sanitation services. *Energy for Sustainable Development* 29 (2015b) 1-12.

Loken E. Use of multicriteria decision analysis methods for energy planning problems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 11 (2007) 1584-1595.

Müggenburg H, Tillmans A, Schweizer-Reis P, Raabe T, Adelmann P. Social acceptance of PicoPV systems as a means of rural electrification – a socio-technical case study in Ethiopia. *Energy for Sustainable Development* 16 (2012) 90-97.

Nadaban S, Dzitac S, Dzitac I. Fuzzy TOPSIS: A General View. *Procedia Computer Science* 91 (2016) 823 – 831.

Opricovic S, Tzeng G. Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. *European Journal of Operational Research* 156 (2004) 445–455.

Polatidis H, Haralambopoulos DA, Munda G, Vreeker R. Selecting an appropriate multi-criteria analysis technique for renewable energy planning. *Energy Sources* 1 (2006) 181-193.

Romero C. Teoría de la decisión multicriterio: Conceptos, técnicas y aplicaciones. Ed. Alianza editorial (1993).

Rostamzadeh R, Govindan K, Esmaeili A, Sabaghi M, Application of fuzzy VIKOR for evaluation of green supply chain management practices. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 51 (2015) 182–196.

San Cristóbal JR. Multi-criteria decision-making in the selection of a renewable energy project in Spain: The VIKOR method. *Renewable Energy* 36 (2011) 498-502.

Sanayei A, Mousavi S, Yazdankhah A. Group decision making process for supplier selection with VIKOR under fuzzy environment. *Expert Systems with Applications* 37 (2010) 24–30.

Ubilla K, Jiménez-Estévez GA, Hernández R, Reyes-Chamorro L, Irigoyen CH, Severino B, Palma-Behnke R. Smart microgrids as a solution for rural electrification: ensuring long-term sustainability through cadastre and business models. *IEEE Transactions of Sustainable Energy* 5(4) (2014) 1310-1318.

Wang J-J, Jing Y-Y, Zhang C-F, Zhao J-H. Review on multi-criteria decision analysis aid in sustainable energy decision-making. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 13 (2009) 2263-2278.

Yu PL. A class of solution for group decision problem. *Management Science* 19 (1973) 936-946.

Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning - I. *Information Sciences* 8 (1975) 199-249.

Zeleny M. Compromise programming. Multiple criteria decision making. University of South Carolina Press, Columbia (1973) 263-301.

Zhang F, Ignatius J, Peng C, Zhao Y. A new method for ranking fuzzy numbers and its application to group decision making. *Applied Mathematical Modelling* 38 (2014) 1563–1582.

Zhou W, Lou C, Li Z, Lu L, Yang H. Current status of research on optimum sizing of stand-alone hybrid solar–wind power generation systems. *Appl. Energy* 87 (2010) 380–389.